

EDUCACIÓN Y CIENCIA

ENERO - JUNIO 2024
VOL. 13 NÚM. 61

EDUCACIÓN Y CIENCIA

ISSN 2448-525X

enero-junio 2024, vol. 13, núm. 61

Editorial

Pedro Sánchez Escobedo

Universidad Autónoma de Yucatán, México.....6

SECCIÓN TEMÁTICA

Educación estadística para el desarrollo del pensamiento crítico de los ciudadanos

Presentación

Jesús Enrique Pinto Sosa, Liliana Mabel Tauber y Claudia Vásquez Ortiz

Universidad Autónoma de Yucatán, México; Universidad Nacional del Litoral, Argentina y la Pontificia

Universidad Católica de Chile, Chile.9

Lectura e interpretación de gráficos estadísticos: un estudio con ciudadanos lectores

José David Zaldívar Rojas, Santiago Alonso Palmas Pérez y Yeyetsi Cigarroa Martínez

Universidad Autónoma de Coahuila, México; Universidad Autónoma Metropolitana, México e Instituto

Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey, México15

Explorando las estadísticas a través del fútbol: en diálogo con estudiantes de 10 años

Tatiana Olicio Lopes y Sandra Gonçalves Vilas Bôas

Universidade de Uberaba, Brasil y Universidade de Uberaba, Brasil.....36

La recuperación como estrategia pedagógica para la enseñanza de biostatística

Juan Manuel Solís

Universidad Nacional de Jujuy, Argentina55

<p>Comprensión de problemas de inferencia mediante la vinculación de conceptos probabilísticos y estadísticos en ingeniería Stella Maris Figueroa y María Andrea Aznar Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina</p>	71
<p>Alfabetización estadística y pensamiento crítico: necesidades percibidas en la formación de estudiantes de licenciatura y preparatoria José Longino Torres Garza y Blanca Rosa Ruiz Hernández Tecnológico de Monterrey, México.....</p>	90
<p>Educação estatística crítica: o potencial de um programa de letramento estatístico Fernanda Angelo Pereira y Mauren Porciúncula Universidad Federal de Río Grande, Brasil.....</p>	104
<p>De la pregunta a la decisión: fomentando el pensamiento estadístico en estudiantes universitarios Roberto Carlos Barrientos Medina Universidad Autónoma de Yucatán, México.....</p>	120
<p>Diseño de una trayectoria de desarrollo de prácticas para la enseñanza de la inferencia bayesiana en bachillerato Cristian Guadalupe Paredes Cancino y Gisela Montiel Espinosa Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, México.....</p>	130
<p>Educación estadística y la Nueva Escuela Mexicana: una mirada al currículum estadístico del bachillerato mexicano Eleazar Silvestre Castro y Oscar Alberto Cañez Olivarria Universidad de Sonora, México y Universidad de Sonora, México.....</p>	156

SECCIÓN GENERAL

<p>CreeA-Mat: Cuestionario de Creencias de Autoeficacia para la Solución de Problemas Matemáticos de estudiantes mexicanos de secundaria Olimpia Gómez Pérez Universidad Nacional Autónoma de México, México.....</p>	172
<p>Gamificación: una estrategia de enseñanza de la contabilidad para ingenieros Rocío de la Cruz Hernández, Adriana del Carmen Morales Cruz y Claudia Patricia Gómez Bonfil Tecnológico Nacional de México/ ITS de Centra, México.....</p>	189

REFLEXIONES

Plan de estudios 2022 de educación básica: una mirada a la enseñanza de las matemáticas

Ricardo Israel Ortiz May y José Israel Méndez Ojeda

Universidad Autónoma de Yucatán, México.....202

<http://www.educacionyciencia.org>

EQUIPO EDITORIAL

Dra. Eloísa Alcocer Vázquez

Directora editorial

Dr. Pedro Sánchez Escobedo

Editor científico

Dr. Augusto David Beltrán Poot

Editor de producción

MINE. Francisco May Ayuso

Editor de innovación

LCC. Diana Karina Cimá Vargas

BA. Freddy Gabriel Llanes Valdez

Apoyo técnico

Dr. Rodolfo Jiménez León

Diseño de portada

CONSEJO EDITORIAL

Dra. Graciela Cordero Arroyo

Universidad Autónoma de Baja California

Dra. Silvia Joaquina Pech Campos

Universidad de Castilla-La Mancha

Dra. Liz Hollingworth

University of Iowa

Dr. Pascal Lafont

Universidad Paris-Est Créteil Val de Marne

Dra. Mariela Sonia Jiménez Vásquez

Universidad Autónoma de Tlaxcala

Mtra. Hilda Marisela Partido Calva

Universidad Veracruzana

Dra. Leticia Pons Bonals

Universidad Autónoma de Chiapas

Dra. Edith Cisneros Cohernour

Universidad Autónoma de Yucatán

Dr. Pedro José Canto Herrera

Universidad Autónoma de Yucatán

Dra. Zoia Bozu

Universidad de Barcelona

Dr. Rubén Comas Forgas

Universidad de las Islas Baleares

Dr. Javier José Vales García

Instituto Tecnológico de Sonora

Dra. Elizabeth Narváez Cardona

Universidad Autónoma de Occidente

Dra. María Isabel Ocampo Tallavas

Universidad Autónoma "Benito Juárez" de Oaxaca

EDUCACIÓN Y CIENCIA

ISSN 2448-525X

LISTA DE REVISORES

enero-junio 2024, vol. 13, número 61

Ingrid Álvarez Alfonso
Universidad Pedagógica Nacional

José Armando Albert Huerta
Tecnológico de Monterrey

Ángel Alsina Pastells
Universidad de Girona

Hugo Alvarado Martínez
Universidad Católica de la Santísima
Concepción

Marlene Alonso Castaño
Universidad de Oviedo

María Raquel Armas Zavaleta
Universidad Complutense de Madrid

David Israel Becerra Martín
Universidad Autónoma de Yucatán

Luis Cabrera Chim
Instituto Nacional de Astrofísica,
Óptica y Electrónica

Montserrat Collí Us
Universidad Autónoma de Yucatán

Jocelyn Nicole Díaz Pallauta
Universidad de Los Lagos

María García González
Universidad Autónoma de Guerrero

Yoshira García Moo
Universidad Autónoma de Yucatán

Sandra Goncalves Vilas Bôas
University of Uberaba

Alma Gonzales Cimé
Universidad Autónoma de Yucatán

Gilda Lisboa Guimarães
Universidad Federal de Pernambuco

Galo Emanuel López Gamboa
Universidad Autónoma de Yucatán

Liliana Mabel Tauber
Universidad Nacional del Litoral

Armando Josué Marín Che
Universidad Autónoma de Yucatán

Yanko Norberto Mézquita Hoyos
Universidad Autónoma de Yucatán

Ailton Paulo de Oliveira Junior
Universidad Federal do ABC

Jesús Enrique Pinto Sosa
Universidad Autónoma de Yucatán

Sergio Humberto Quiñonez Pech
Universidad Autónoma de Yucatán

Audy Salcedo
Universidad Católica del Maule

Fátima Renée Suárez Baeza
Universidad Autónoma de Yucatán

Isabel Tuyub Sánchez
Universidad Autónoma de Yucatán

Julio Vega Cauich
Universidad Autónoma de Yucatán

Juan Velázquez Canul
Universidad Vizcaya Mérida

Alfredo Zapata González
Universidad Autónoma de Yucatán

Editorial

Pedro A. Sánchez Escobedo¹

¹Universidad Autónoma de Yucatán, México (psanchez@correo.uady.mx)

La producción de este número especial sobre la enseñanza de la estadística me lleva a reflexionar respecto al papel de la estadística en la investigación educativa de índole cuantitativa, ya que existe la creencia que: una buena investigación científica debe producir resultados estadísticamente significativos.

De hecho, la mayoría de los revisores en las revistas especializadas, incluyendo *Educación y Ciencia*, usan como criterio de aprobación de un artículo cuantitativo la pulcritud, rigor y de los procedimientos y la significancia estadísticos de los resultados. Es decir, que los resultados de una investigación son aceptados por los investigadores cuando estos superan el umbral preestablecido por la probabilidad.

De igual peso son los resultados estadísticamente significativos los que corroboran la hipótesis; así como los que no lo son, que la rechazan. Ese es el propósito de la investigación: dejar que los datos hablen y validen o no, los supuestos a priori sobre el problema en estudio. En virtud de esta simplificación en el procesamiento y análisis de datos con los múltiples programas de análisis estadísticos disponibles, el dictaminador puede enfocarse a otros aspectos del proceso de investigación que influyen en la calidad de los datos generados y utilizados. Desde el tamaño, la accesibilidad, pertinencia e idoneidad de los instrumentos, hasta cómo estos fueron administrados a los respondientes, tanto en línea como de manera presencial.

Esto ha sido muy positivo en la revisión de manuscritos, ya que la significancia estadística -por sí misma-, no puede ser el único criterio para juzgar la investigación. Existe siempre la posibilidad de encontrar errores tipo I o II, es decir de aceptar la hipótesis cuando esta es falsa o de rechazarla cuando es verdadera (Forsyth, 1988).

La significancia estadística es un concepto matemático que se refiere a las probabilidades de que un resultado específico se deba -o no- al azar. Por ejemplo, cuando el resultado de una prueba estadística arroja una significancia $\leq .01$, esto quiere decir que existen una en cien posibilidades de que este resultado se deba al azar. ¿Qué nos dice esta significancia estadística de la significancia práctica de este resultado?

La respuesta es nada (Felt, 1990).

La significancia práctica se refiere a la utilidad del resultado para refinar una teoría, aportar conocimientos nuevos, el efecto en la confianza del investigador en determinada explicación.

La crítica hacia la consideración de la significancia estadística como criterio principal de la calidad y/o efectividad de una investigación no es nueva. En 1968, Lykken publicó un artículo analizando los resultados del estudio de Sapolsky (1964), sobre la “teoría cloacal del nacimiento” que proponía que los pacientes con bulimia presentaban una tendencia a comer compulsivamente. Sapolsky propuso que estos pacientes, en la prueba proyectiva de las manchas de Rorschach, verían animales con cloaca, como ranas.

Para probar su teoría, Sapolsky administró esta prueba a pacientes de un hospital psiquiátrico. De estos, 19 de los 31 que visualizaron una rana tenían algún desorden alimenticio, comparados con 5 de los 30 del grupo control. El análisis estadístico de los grupos reportó una chi cuadrada sustentando una diferencia estadísticamente significativa.

Lykken, dudando de la validez teórica del postulado de Sapolsky encuestó a 20 colegas quienes estimaron nula o improbable la factibilidad de la teoría cloacal de Sapolsky, aún después de haber analizado los resultados estadísticamente significativos, aduciendo que el criterio del comité editorial del *Journal of Consulting Psychology* –una revista de psicología con reconocido prestigio- adolecía de igualar la significancia estadística con la significancia práctica. Es decir, compraron la idea de la teoría cloacal, basados en los resultados estadísticos que apoyaban la hipótesis que la impregnación oral lleva a un paciente con bulimia a visualizar ranas porque estas tienen cloaca (cosa que muchos pacientes ignoran).

Lo anterior respalda la posición de muchos revisores que, más allá de los meros resultados estadísticos, los manuscritos deben juzgarse también por la coherencia y racionalidad de la teoría, el grado de control experimental empleado, la sofisticación de las técnicas de medición y la idoneidad de los instrumentos utilizados.

Existe pues, la necesidad de expandir nuestros criterios de juicio para evaluar manuscritos cuantitativos en las revistas. Por ejemplo: la congruencia entre las preguntas de investigación, la colección de los datos, las técnicas de análisis y las prácticas éticas.

Es decir, más allá de conocer si una investigación arrojó o no resultados estadísticamente significativos a un nivel alfa predeterminado y arbitrario, debemos juzgar de forma global y extensiva los métodos, materiales y procedimientos empleados.

Cooper (1982) sugiere que la revisión de la metodología utilizada en un artículo y el análisis de cada una de las etapas del proceso constituye en sí un proceso riguroso de indagación científica y afirma que la operacionalización de las variables, las funciones, las fuentes de varianza, la validez de los supuestos y las limitaciones del estudio son fundamentales de establecer cuando se analiza la calidad y trascendencia de los resultados de una investigación.

A continuación, me es muy grato ceder el espacio a los editores invitados de este número especial el Dr. Jesús Pinto Sosa de la Universidad Autónoma de Yucatán, a la Dra. Liliana Mabel Tauber de la Universidad Nacional del Litoral, Argentina y a la Dra. Claudia Vásquez Ortiz de la Pontificia Universidad Católica de Chile, quienes nos permiten profundizar sobre el tema y mirar la actualidad de los estudios estadísticos.

Presentación

Educación estadística para el desarrollo del pensamiento crítico de los ciudadanos

Jesús Enrique Pinto Sosa¹, Liliana Mabel Tauber² y Claudia Vásquez Ortiz³

¹Universidad Autónoma de Yucatán, México (psosa@correo.uady.mx); ²Universidad Nacional del Litoral, Argentina (estadisticamatematicafhuc@gmail.com); ³Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile (cavasque@uc.cl)

Cómo citar este artículo:

Pinto Sosa, J. E., Tauber, L. M. y Vásquez Ortiz, C. (2024). Presentación dossier “Educación estadística para el desarrollo del pensamiento crítico de los ciudadanos”. *Educación y ciencia*, 13(61), 9-14.

En los últimos 20 años, ha habido un incremento importante en la investigación en el campo de la Educación estadística, a nivel iberoamericano, y de manera puntual en Latinoamérica, reflejado tanto en la cantidad de especialistas, como en el número de estudios. El reconocimiento e importancia también se ha visto reflejado en la publicación de números especiales (monográficos) que dan cuenta de los últimos hallazgos en este ámbito. La literatura en Educación estadística y sus tendencias marcan la necesidad de un cambio de enfoque en la didáctica de la Estadística a nivel mundial, en los diferentes niveles educativos (Pinto, 2022).

Con el surgimiento y necesidad de atender las prioridades y problemas de la Agenda 2030, Vásquez y García-Alonso (2020), proponen una Educación estadística para el desarrollo sostenible en la formación del profesorado, a partir de la inclusión de acciones y actividades en el análisis de los objetivos de desarrollo sostenible (ODS). Muñoz-Rodríguez y Rodríguez-Muñoz (2021), aseguran que es importante orientar los esfuerzos hacia la formación de ciudadanos alfabetizados estadísticamente. Zapata-Cardona (2018), discute el concepto de ciudadanía crítica y cómo puede desarrollarse a partir de investigaciones estadísticas en el aula. Por su parte Pinto (2022), desarrolla una propuesta de formación del profesorado sobre la estrategia de Estadística con proyectos en el aula escolar, que representa una alternativa curricular para generar el cambio en la forma de abordar la enseñanza y aprendizaje de la asignatura.

Con el surgimiento de la Estadística cívica, Engel (2019) reconoce la necesidad de “aprender más sobre los procesos sociales, el bienestar social y económico y la realización de los derechos civiles. Comprender qué temas son importantes es esencial para el compromiso cívico en las sociedades modernas, pero a menudo se basan en datos multivariados, complejos para su interpretación y desarrollo. Las estadísticas cívicas son necesarias para la participación informada en las sociedades democráticas” (p. 2). Por consiguiente, urge diseñar, monitorear y evaluar propuestas didácticas, así como

investigaciones que se centren en la formación de ciudadanos y profesionales estadísticamente cultos (Tauber, 2021; Batanero, 2019).

Ante estas aportaciones, surgen cuestionamientos importantes como son: ¿por qué es importante reconocer el papel de la Educación estadística en el desarrollo del pensamiento crítico y la formación ciudadana?, ¿cuáles son los marcos teóricos, conceptuales y metodológicos que subyacen desde la Educación estadística?, ¿cómo desarrollar la formación ciudadana a través de la Educación estadística?, ¿qué investigaciones y experiencias didácticas exitosas hay al respecto?, ¿qué propuestas existen que den cuenta del aporte de la Educación estadística en la formación ciudadana y el pensamiento crítico?, ¿cuáles son los avances de la investigación en este ámbito?, ¿qué dificultades y retos se enfrentan en general?, ¿cuáles son los retos o desafíos que enfrenta el currículo escolar y la formación de profesores para que sea una realidad en la formación de los estudiantes?, ¿qué experiencias de investigación existen en entornos comunitarios rurales o en la alfabetización de adultos?, entre otras preguntas más.

A partir de estos interrogantes, se convocó a la comunidad de investigadores en Educación estadística a enviar sus propuestas para este dossier, cuyas aportaciones, temas de análisis y discusión aporten información científica sobre las cuestiones anteriores, y que estén relacionados con algunos de los siguientes tópicos: formación de profesores en Educación estadística, formación ciudadana y pensamiento crítico en Educación estadística, ideas fundamentales en el análisis de datos, probabilidad e inferencia estadística, innovación y tecnología educativa en la Educación estocástica, Educación estadística en las disciplinas, así como Educación estadística y currículo.

Esta sección temática, presenta el resultado de los artículos que conforman el dossier *Educación estadística para el desarrollo del pensamiento crítico de los ciudadanos*, como reflejo del avance de la investigación en este campo y de las tendencias sobre cómo el papel del desarrollo y del pensamiento crítico de la ciudadanía, cada día, es más relevante para la Educación estadística. En total, son nueve artículos, de los cuales dos, provienen de Argentina, dos de Brasil y cinco de México; en los que participan un total de 16 autores. A continuación, se reseñan brevemente.

El primer artículo, de David Zaldivar Rojas, Santiago Palmas Pérez y Yeyetsi Cigarroa Martínez (México), desarrollan una investigación de corte cualitativo, cuyo objetivo fue analizar, describir y clasificar los factores que afectan la lectura e interpretación de gráficos en artículos periodísticos; cuyos referentes son la alfabetización estadística de Gal (2002), la comprensión gráfica de Friel et al. (2001) y el conocer reflexivo de Skovsmose (1994), cuyas características son la toma de decisiones, autonomía y transformación relevantes para el ejercicio de la ciudadanía. Los autores proponen y llevan a cabo el análisis de la información a partir de un *modelo de alfabetización estadística para la ciudadanía lectora*. El estudio se llevó a cabo en una situación no escolar, con siete ciudadanos de diferentes niveles y ocupaciones, en las que se le solicitó su análisis e interpretación de tres noticias periodísticas. Los autores concluyen que los ciudadanos lectores exhiben tener alguna noción de los elementos del modelo adaptado de alfabetización estadística. No obstante, afirman que aquellos que manifestaron tener una noción más amplia de los conocimientos estadísticos y matemáticos fueron los que tienen un nivel de formación

educativa mayor.

Como segundo artículo, encontramos el de Tatiana Olicio Lopes y Sandra Vila Bóas (Brasil), quienes desarrollaron una investigación cualitativa con estudiantes universitarios, cuyo objetivo fue relacionar la enseñanza de Estadística con el tema de justicia social en el fútbol, mediante la consideración del número de tarjetas rojas y amarillas recibidas durante el campeonato de fútbol Brasileirão 2023. El fundamento teórico y metodológico fue el Ciclo Investigativo (Problema, Plan, Datos, Análisis, Conclusiones) de Wild y Pfannkuch (1999). Solicitan a los estudiantes un conjunto de tareas a partir del número de tarjetas rojas y amarillas que ocurren en los partidos de fútbol. Las autoras concluyen que estas experiencias de investigación prepararan a los estudiantes para el ejercicio efectivo de la ciudadanía desde una perspectiva crítica. La propuesta permite que los estudiantes pongan el conocimiento estadístico en uso, discutiendo y reflexionando sobre un deporte popular, como lo es el fútbol, y el papel que tienen la justicia y la violencia dentro y fuera de la cancha.

El siguiente artículo, se trata de un estudio de caso, de carácter exploratorio con estudiantes universitarios, de Juan Manuel Solís (Argentina), cuyo objetivo fue evaluar los efectos de la recuperación como estrategia pedagógica para la enseñanza de la Bioestadística. El fundamento teórico parte del concepto de estrategias de recuperación como estrategia pedagógica de Agarwall et al. (2020), en contraposición a las estrategias de repetición. La investigación se lleva a cabo en dos momentos: una etapa diagnóstica y una etapa de implementación de las estrategias y su evaluación. El estudio se llevó a cabo en la asignatura de Bioestadística a través de una metodología de aprendizaje basada en la resolución de problemas y ejercicios (Solís, 2023), siguiendo la metodología Ambiente de Aprendizaje de Razonamiento Estadístico (SRLE), descrita por Estrella (2014), en la que los estudiantes utilizaron estrategias de recuperación en el uso y aplicación de conceptos estadísticos, como coeficiente de variación, variable aleatoria, entre otros. El autor concluye que la práctica de recuperación es una estrategia efectiva para mejorar el aprendizaje y la retención de conceptos estadísticos.

El cuarto artículo, de Stella María Figueroa y María Andrea Azar (Argentina), presentan el análisis de las producciones sobre la resolución de un problema de inferencia estadística de 95 estudiantes la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Mar de Plata. El objetivo fue establecer la relación entre conceptos probabilísticos y estadísticos, para resolver problemas en inferencia estadística, utilizando como marco teórico el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del Conocimiento e Instrucción Matemáticos de Godino et al. (2009). Para ello se aplicó una estrategia de enseñanza durante el curso de Estadística básica, en que se establecieron 10 funciones semióticas para la resolución comprensiva de un problema de planteo de hipótesis; la cual se llevó a cabo en dos fases: 1) realización de una configuración epistémica del problema, y 2) análisis de las configuraciones cognitivas de las resoluciones de los alumnos. Las autoras concluyen que, existen conflictos semióticos en la identificación del parámetro, en el reconocimiento de su estimador insesgado y en su distribución, en la comprensión del supuesto de normalidad en el problema y dificultades referidas a la ubicación de la zona crítica por el planteamiento erróneo de las hipótesis.

Como quinto artículo, se presenta la investigación de José Torres Garza y Blanca Ruiz Hernández (México), quienes administraron un cuestionario a 76 estudiantes de bachillerato

y universidad, con el objetivo de identificar las habilidades de alfabetización estadística, a través de la interpretación de gráficas relacionadas con información de COVID-19 publicadas en diversas fuentes y explorar cómo ejercen el pensamiento crítico en torno a ellas. El marco conceptual se fundamentó en el modelo de alfabetización estadística de Gal (2002) y del pensamiento crítico de Koga (2022). Torres y Ruiz, concluyen que los estudiantes poseen habilidades básicas de alfabetización estadística, como lo es la habilidad alta en lectura de gráficas; así como evidencia de utilización del pensamiento crítico para emitir juicios de valor bajo un contexto de información sobre COVID-19

Fernanda Angelo Pereira y Mauren Porciúncula (Brasil), presentan como sexto artículo, un estudio cuyo propósito fue demostrar cómo la implementación de Proyectos de Aprendizaje Estadístico (PAE), puede contribuir a la formación de ciudadanos críticos e informados a través de la alfabetización estadística. Proponen el Programa de Alfabetización Estadística Multimedia (LeME, por sus siglas en portugués), el cual se fundamenta en el constructo Educación estadística crítica, que es un enfoque que integra la Educación estadística y la Educación crítica, según Campos (2017). Se trata de un estudio de corte cualitativo con el apoyo de entrevistas que da cuenta de las experiencias, conocimientos y habilidades adquiridas en el programa, en la que participaron estudiantes del Centro de Convívio dos Meninos do Mar (CCMar) de la Universidad Federal del Río Grande (Brasil). Pereira y Porciúncula, concluyen que los resultados muestran signos de la Educación estadística crítica en el estudiantado en el contexto del Programa de Alfabetización Estadística Multimedia. Afirman que los estudiantes lograron establecer conexiones entre la estadística y las cuestiones sociales, reconociendo su importancia en diferentes contextos; así como el valor que le dan a la investigación estadística en áreas como la política pública, y la información difundida por los medios de comunicación y la importancia de una comprensión más profunda de la información.

El séptimo artículo, escrito por Roberto Barrientos Medina (México), presenta una experiencia educativa y didáctica en el marco del Seminario sobre el pensamiento estadístico impartido a estudiantes de Ciencias biológicas y agropecuarias. Aborda conceptos del pensamiento estadístico a partir del análisis de los intereses y motivaciones de los estudiantes. El texto presenta un caso real en ecotoxicología y se basa en las etapas del desarrollo del pensamiento estadístico aplicado al estudio de casos de Franco-Zubieta (2019). Los resultados dan cuenta de los aprendizajes adquiridos en el seminario. Barrientos afirma el valor que tienen los intereses, las emociones y motivaciones del estudiante para definir el enfoque del seminario. Como fortaleza, señala el análisis de un caso práctico y real aplicado a la disciplina, y el uso de ejemplos propios y con alto significado para promover el entendimiento y la apreciación de la estadística.

Cristian Paredes Cancino y Gisela Montiel Espinosa (México), nos presentan en el octavo artículo, una investigación en el área de currículo en estadística. Identifican dos problemáticas: la aritmetización de la probabilidad subjetiva o bayesiana; y el predominio de la perspectiva clásica de la inferencia sobre el enfoque bayesiano. Con base en la Teoría Socioepistemológica (Cantoral, 2020) y el modelo para la construcción de trayectorias de aprendizaje de Cárcamo y Fuentealba (2023), construyen un *modelo epistemológico basado en prácticas socialmente compartidas en el ámbito de la inferencia bayesiana*. Como resultado, proponen una trayectoria de desarrollo de prácticas para explorar la actividad

estocástica de estudiantes de bachillerato sobre la inferencia binomial bayesiana. El artículo da cuenta del proceso, componentes, tareas y momentos del diseño didáctico. El estudio de Paredes y Montiel, en el ámbito del diseño curricular, se fundamenta desde una perspectiva sociocultural basada en prácticas estocásticas, incorpora algunos indicadores de diversos marcos estándares para enseñar pensamiento estocástico como es la alfabetización estadística y probabilística de Gal (2002) y las ideas fundamentales de Burrill y Biehler (2011). El diseño didáctico se orienta a potenciar el pensamiento crítico en la ciudadanía como componente esencial.

El último artículo, de Eleazar Silvestre Castro y Oscar Cañez Olivarría (México), presentan una investigación documental, a través de una reflexión sobre los rasgos principales del currículum estadístico de bachillerato que se enmarca en la Nueva Escuela Mexicana. Parten de una revisión y análisis de los currículos estadísticos internacionales y nacionales y se sustentan en el enfoque de currículum intencionado de Mullis (2019) y en el análisis de los componentes del currículum con base en Niss (2016): objetivos, contenidos, materiales y formas de enseñanza y las actividades de aprendizaje. Los autores concluyen que la estructura curricular mantiene muchos contenidos por cubrir en un solo semestre, así como falta de coherencia entre lo que se pretende alcanzar y los recursos didácticos declarados o disponibles. Finalizan describiendo algunos retos y riesgos ante esta situación.

La producción de estos nueve artículos es una pequeña muestra sobre el trabajo que se está haciendo en el campo de la Educación estadística para el desarrollo del pensamiento crítico de los ciudadanos. Por una parte, encontramos estudios de investigación de campo, cuya finalidad es la aplicación y generación de conocimiento, pero también investigaciones documentales, experiencias didácticas y reflexiones. Un hecho que es preciso enfatizar es la gran cantidad de trabajos de corte cualitativo, cuya finalidad fue la comprensión e interpretación de la realidad desde la persona, a partir del análisis de producciones, entrevistas y observaciones.

Todos los estudios establecen la conexión entre Educación estadística y desarrollo del pensamiento crítico de los ciudadanos. De esta manera, encontramos el trabajo de Figueroa y Aznar (comprensión de problemas de inferencia), Zaldivar, Palmas, Cigarroa (ciudadanos lectores), Torres y Ruiz (pensamiento crítico), Pereira y Porciúncula (Educación estadística crítica), Lopes y Vilas (fútbol, justicia social y violencia), Barrientos (pensamiento estadístico), Cancino y Montiel (prácticas para la enseñanza de la inferencia bayesiana); Solís (la recuperación como estrategia pedagógica), y Castro y Cañez (currículum estadístico en bachillerato); los cuales desde distintos referentes teóricos y metodológicos, y desde un paradigma crítico (la mayoría) o práctico, dan cuenta del uso y aplicación del conocimiento hacia la necesidad de transitar hacia una Educación estadística orientada a la formación ciudadana crítica.

La diversidad de miradas, enfoques teóricos, metodologías y sobre todo los hallazgos, evidencian que el momento actual y futuro de la Educación estadística pasa por su vinculación hacia el desarrollo del pensamiento crítico y la formación ciudadana; lo que representa retos y desafíos, tanto para quienes se dedican a la investigación como para el profesorado. Existe más de una manera o enfoque de abordarlo y de ahí radica su riqueza, en cuanto a la diversidad de referentes y las maneras de cómo hacerlo realidad en las aulas

escolares. En los artículos que se presentan en este número, encontramos propuestas para estudiar dicha vinculación, pero igual ejemplifican el tipo y naturaleza de los estudios que se llevan a cabo para que puedan ser revisados y utilizados por los diferentes actores involucrados con la investigación y con la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y estadística en las instituciones.

Deseamos que la producción reflejada en este dossier sea valiosa y útil a la comunidad de Educación estadística, conformada tanto por investigadores e investigadoras en el campo, como para estudiantes para docentes y el profesorado en ejercicio para la profesionalización de la enseñanza, la formación y desarrollo del pensamiento estocástico en el estudiantado de las instituciones educativas. Dignifiquemos la profesión y sigamos haciendo la diferencia.

Lectura e interpretación de gráficos estadísticos: un estudio con ciudadanos lectores

Reading and interpreting statistical graphs: a study with citizen readers

José David Zaldívar Rojas¹, Yeyetsi Cigarroa Martínez² y Santiago Alonso Palmas Pérez³

¹Universidad Autónoma de Coahuila, México (david.zaldivar@uadec.edu.mx), ²Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey, México (yeyetsi.cigarroa@tec.mx) y ³Universidad Autónoma Metropolitana, México (s.palmas@correo.ler.uam.mx)

Cómo citar este artículo:

Zaldívar Rojas, J. D., Palmas Pérez, S. A. y Cigarroa Martínez, Y. (2024). Lectura e interpretación de gráficos estadísticos: un estudio con ciudadanos lectores. *Educación y ciencia*, 13(61), 15-35.

Recibido: 30 de noviembre de 2023 | Aceptado: 16 de mayo de 2024 | Publicado: 15 de julio de 2024

Resumen

Hoy en día, comprender los gráficos estadísticos es crucial, especialmente para interpretar información en los medios. La complejidad de esta tarea requiere habilidades específicas de alfabetización estadística. El objetivo de este estudio es analizar, describir y clasificar los factores que afectan la lectura e interpretación de gráficos en artículos periodísticos. El método utilizado es cualitativo y el análisis se basa en un modelo de alfabetización estadística que integra múltiples modelos existentes. El enfoque del análisis es cómo los ciudadanos interpretan estos gráficos. Los hallazgos muestran problemas significativos, especialmente en las preguntas que requieren inferencias o que presentan una gran complejidad relacionada con los gráficos.

Palabras clave: alfabetización estadística; gráficos estadísticos; medios de comunicación; razonamiento; público

Abstract

Today, understanding statistical graphs is essential, especially for interpreting information in the media. The complexity of this task requires specific statistical literacy skills. The purpose of this study is to analyze, describe, and classify the factors that affect the reading and interpretation of graphs in news articles. The method used is qualitative and the analysis is based on a statistical literacy model that integrates multiple existing models. The focus of the analysis is on how citizens interpret these graphs. The findings show significant problems, especially in questions that require inferences or that present a great deal of complexity related to the graphs.

Keywords: statistical literacy; statistical graphics; media; reasoning; audience

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, cualquier medio de comunicación cuenta con la presencia de información estadística, principalmente presentada en forma de tablas y gráficos. Un ejemplo claro de lo anterior es que, en México, se presentaban informes diarios sobre el comportamiento de la

propagación del virus SARS-CoV-2 entre la población. Dichos informes, en gran medida, contaban con el uso de gráficos estadísticos, como, por ejemplo, gráficas de barras, histogramas, gráficos circulares y tablas de distribución de frecuencias. En aquel ejercicio estadístico, las decisiones más importantes de confinamiento se tomaron con base en la información que se registraba día a día y que se analizaba por la instancia gubernamental correspondiente¹. No obstante, a esta importancia referida a los gráficos estadísticos, surge una duda: ¿es posible afirmar que la población en general comprendía la información que se presentaba y, sobre todo, eran capaces de comprender por qué, desde la interpretación de gráficas estadísticas, se podían tomar decisiones que afectaban la movilidad de todo un país? Bajo esta perspectiva y problemática es que se plantea la presente investigación.

Batanero et al. (2013) conciben que la comprensión de gráficos estadísticos es una parte importante para el sentido estadístico, y la describen como la unión de la cultura y el razonamiento estadístico, mismo que debe construirse en forma progresiva desde la educación primaria hasta niveles superiores. Estos autores postulan que la formación de ciudadanos estadísticamente cultos es hoy en día muy relevante, debido al desarrollo de las nuevas tecnologías y a los distintos modos de representar información estadística, además de la cantidad de información que se genera diariamente. Por ejemplo, Engel et al. (2021) mencionan la importancia de “empoderar a los ciudadanos” a través de Estadísticas Cívicas con la intención de que participen e involucren en aspectos relevantes de la sociedad. Esto implica que los ciudadanos deben ser capaces de interpretar datos y transferir su comprensión hacia sus deberes como ciudadanos comprometidos.

De igual manera, en Arteaga et al. (2016) se menciona que la “cultura estadística” hace referencia a un derecho ciudadano y conlleva el desarrollo de capacidades como: “lectura e interpretación de datos; lectura de tablas, gráficos y resúmenes estadísticos en los medios de comunicación, así como tener una visión crítica sobre los estudios, encuestas y afirmaciones que se fundamentan en ellos” (p. 16). Como se aprecia, en la cultura estadística se busca que los ciudadanos tengan la capacidad de tomar decisiones basadas en la información a la cual se accede, así como recoger, describir e interpretar de forma crítica los datos, además de disponer de herramientas para tomar decisiones en situaciones de incertidumbre (Alsina, 2018).

Al respecto de la enseñanza de la estadística, algunas investigaciones señalan la necesidad de contar con la capacidad de analizar, generalizar, explicar, dar razones, formular hipótesis y llegar a una conclusión, es decir, que un individuo que sea capaz de pensar lógicamente, buscando, por ejemplo, que el estudiante desarrolle la habilidad de razonar las relaciones entre elementos concretos e infiera conclusiones (García-García et al., 2019; Fernández et al., 2019).

De manera particular, un elemento central de este conocimiento estadístico descansa en la adecuada comprensión y lectura de gráficos estadísticos. La importancia de estos se debe a que, en la mayoría de las ciencias, dichos instrumentos de representación se utilizan para comunicar grandes cantidades de datos o ejemplificar conceptos abstractos, lo que lleva

a que el aprendizaje de conceptos científicos se encuentre ligado a las tablas y gráficos y por lo tanto a su construcción y transformación, permitiéndole a los individuos entender su entorno y por consiguiente, la toma de decisiones (Estrella y Olfos, 2012).

Lectura e interpretación de gráficos estadísticos: delimitación de la problemática

Diversos trabajos de investigación (Arteaga et al., 2016; García-García et al., 2019; Fernández et al., 2019; Monteiro y Ainley, 2007; Arredondo et al., 2019) indican que son frecuentes las dificultades y errores en la interpretación de gráficos estadísticos. Por ejemplo, en Arteaga et al. (2016) se evaluaron los errores en la construcción de gráficos estadísticos elementales por alumnos de una licenciatura en educación básica. Su estudio evidenció que los futuros profesores cometen errores en la construcción y comprensión de gráficos estadísticos, de manera que resulta necesario que éstos reciban formación en estadística para mejorar sus habilidades en esta área.

Por su parte, en García-García et al. (2020) asumen que la comprensión gráfica implica la lectura, descripción, interpretación, análisis y extrapolación/interpolación de datos desde los gráficos estadísticos. En la investigación anterior, se reporta el nivel de comprensión gráfica de 39 estudiantes de primer grado de educación secundaria cuando realizan la lectura e interpretación de gráficos estadísticos. Los resultados muestran que algunos estudiantes hacen una conexión con el contexto en sus interpretaciones al establecer posibles hipótesis acerca de la información representada en el gráfico. En general, los autores indican posibles debilidades respecto al tipo de tareas que se presentan en los libros de texto de educación primaria, o bien al tipo de tareas que el profesor propone.

En el mismo orden de ideas, Salcedo et al. (2021) analizan cómo leen e interpretan gráficos estadísticos una muestra de 407 ciudadanos venezolanos con diferentes niveles de formación académica por medio de una encuesta en línea. En sus resultados evidencian que el grupo estudiado no tiene dificultades para leer de forma literal un gráfico, pero presentan problemas cuando se le pide reportar una información no explícita o generar una nueva información a partir de la existente.

En un estudio reciente, Sánchez y Castañeda (2021) reportan las competencias matemáticas que, desde su análisis, requeriría un ciudadano para interpretar la información oficial sobre la pandemia por el virus SARS-CoV-2 que reportaba el sistema de salud mexicano a través de medios digitales y de televisión. Los autores de este reporte analizaron 59 emisiones en formato de video que tenían como propósito dar a conocer a la ciudadanía mexicana aspectos generales sobre la pandemia. Para el análisis de los reportes utilizaron dos sistemas de referencia: las habilidades de cálculo desde el contexto de la aritmética de la salud y las diferentes competencias matemáticas involucradas en ello. Los autores exponen evidencia de que hay una parte significativa de la población mexicana que no tiene las competencias matemáticas necesarias para descifrar e interpretar los informes realizados por la Secretaría de Salud, debido a que en los planteamientos matemáticos que se exhiben en dichos informes necesitan un dominio de competencias desde básicas hasta avanzadas. Lo anterior, llevó a los autores a resaltar la importancia de la alfabetización matemática y estadística desde la educación básica.

En estudios más recientes, Ávila (2023) encontró un México sin infraestructura adecuada para la educación a distancia, la formación docente y las condiciones de estudio fuera de la escuela. En este estudio se muestra cómo las estrategias de enseñanza se basaron principalmente en la ostensión, con docentes presentando definiciones, procedimientos y ejercicios extraídos de internet, sin fomentar una enseñanza más profunda. Para Ávila, (2023) la figura de la “maestra-sombra” se volvió crucial, es decir, algún familiar (generalmente las madres) que, debido a la naturaleza asincrónica y remota, asume la responsabilidad en el proceso educativo. Para la autora, esta situación resultó en una época de un aprendizaje matemático empobrecido. En este contexto, la habilidad para interpretar y comprender gráficos estadísticos es crítica e indispensable para mitigar las limitaciones impuestas por la educación remota. La falta de esta competencia agrava la situación, despojando de herramientas necesarias a estudiantes para los desafíos actuales y futuros.

En Garzón-Guerrero et al. (2021) se enfatiza la necesidad del sentido estadístico debido a la situación en la que la humanidad se enfrentó a raíz de la pandemia de COVID-19, sobre todo por la cantidad de información y datos generadas en tablas y gráficos estadísticos. Afirman que la ciudadanía requiere ser capaz de poder confrontar la información de los gráficos estadísticos recibida en diferentes medios con referentes estadísticos con la intención de comprender o criticar las decisiones de las autoridades.

Como puede observarse en la breve revisión bibliográfica que se presenta, se reconoce que un elemento central para el desarrollo del pensamiento estadístico y de la cultura estadística, está relacionado con una adecuada lectura e interpretación de gráficos estadísticos. Desde la perspectiva que se asume en la presente investigación, un elemento central dentro de las competencias a generar en los individuos está la formación de habilidades que fomenten una adecuada lectura de gráficos, con la intención de desarrollar un sentido crítico ante situaciones diversas en contextos reales.

Si bien es cierto y, como se mostró en la revisión, existen investigaciones que reportan sobre las dificultades de los estudiantes o futuros profesores presentan cuando se enfrentan a la tarea de interpretación o lectura de gráficas estadísticas en el ámbito escolar y en diferentes niveles, hay presencia poco significativa de investigaciones que exploren contextos extra-escolares y con individuos no necesariamente en situación escolar. Por lo que uno de los propósitos del presente reporte es analizar la interpretación de información expuesta en gráficos estadísticos fuera del ámbito escolar, desde una mirada centrada en el ciudadano en situación no-escolar.

Es por ello, que la presente investigación asume como problemática de investigación el caracterizar la forma en la cual los ciudadanos interpretan la información estadística de un gráfico para asumir una postura crítica sobre alguna situación que aqueja al ámbito social circundante y que se relaciona con el ciudadano y describir, de manera general, las dificultades que surgen en dicha lectura e interpretación del gráfico y la postura crítica que se asume.

A partir de este marco, se plantea la siguiente pregunta de investigación: *¿Qué estrategias de comprensión lectora pone en funcionamiento un ciudadano al momento de*

interpretar información que se presenta a través de un gráfico estadístico contenido en un medio de información masivo?

Por tanto, el objetivo de esta investigación es analizar, describir y categorizar los elementos que intervienen en el proceso de lectura e interpretación de gráficos estadísticos que se encuentran contenidos en medios de comunicación accesibles a todo público, como son las notas periodísticas. Para ello, se propone describir los componentes de un modelo de alfabetización estadística que articula otros modelos con la intención de usarlo como unidad de análisis para describir los elementos puestos en funcionamiento cuando los ciudadanos se enfrentan a la lectura de gráficos estadísticos contenidos en notas periodísticas. Es importante mencionar que los niveles de lectura son insuficientes ya que se amplía esta visión con la consideración del desarrollo de una cultura estadística. Asimismo, se plantea como objetivo el identificar los conocimientos y otros procesos habilitadores que están presentes en los ciudadanos(as) cuando interpretan y evalúan críticamente información estadística a partir de la lectura de notas periodísticas.

Marco conceptual: hacia un modelo de articulación

La presente investigación asume como problema de investigación las dificultades que tiene un ciudadano al leer e interpretar gráficos estadísticos en contextos de la vida real, pero, sobre todo, intenta caracterizar la lectura del gráfico a partir de la experiencia estadística del ciudadano. Por ello, el estudio está fundamentado a la luz de tres elementos conceptuales: 1) Alfabetización estadística, 2) Comprensión gráfica y 3) Conocer reflexivo. Dichos elementos permiten el análisis de las diferentes maneras de comprensión de la información a partir de gráficos estadísticos. A continuación, se delimitan dichos elementos y se realiza una discusión sobre su importancia en la problemática de investigación, posteriormente se presenta la unidad de análisis que se utiliza en la presente investigación.

Alfabetización estadística

Diversos autores (Friel et al., 2001; Estrella y Olfos, 2012; Arteaga et al., 2016; Díaz et al., 2017; García-García et al., 2020) señalan que el principal objetivo de la educación estadística es ayudar a los estudiantes a desarrollar su pensamiento lógico estadístico, también llamado alfabetización estadística (statistical literacy). Asimismo, dichos trabajos hablan sobre la necesidad de una alfabetización estadística en la ciudadanía en general, ya que han descrito algunas de las capacidades que debe tener una persona para poder interpretar de manera analítica información estadística inmersa en el mundo que le rodea para llegar a una buena toma de decisiones. Gal (2002) menciona que:

[...] se usa el término alfabetización para describir la capacidad de las personas para un comportamiento orientado a objetivos, sugiere un amplio grupo no solo de conocimiento fáctico y ciertas habilidades formales e informales, sino también de creencias y actitudes deseadas, hábitos mentales y una perspectiva crítica (p. 13).

Ahora bien, Wallman (1993) define a la alfabetización estadística como la “capacidad de comprender y evaluar en forma crítica la información estadística en nuestra vida cotidiana y de valorar la contribución del razonamiento estadístico a la vida personal y profesional” (p.

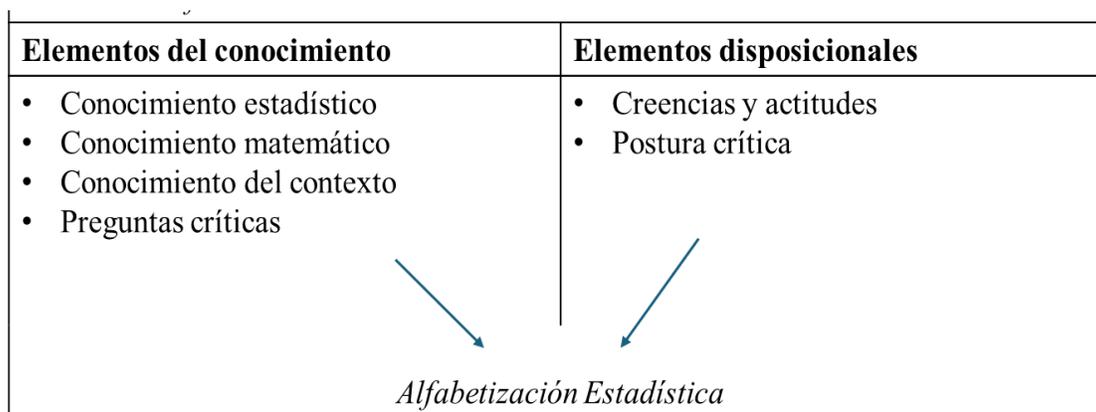
1, traducción libre). En ese sentido, Gal (2002) relaciona la noción de alfabetización estadística con adultos que no están aprendiendo estadística y la define como:

[...] la capacidad de las personas para interpretar y evaluar críticamente información estadística, argumentos relacionados con los datos o fenómenos estocásticos, que pueden encontrar en diversos contextos; y la capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a dicha información, cuando sea relevante (p. 22, traducción libre).

A su vez, Gal (2002) argumenta que un adulto estadísticamente alfabetizado necesita la activación conjunta de los componentes cognitivos y disposicionales. De manera que el modelo de dicho autor involucra dos componentes que interactúan de manera conjunta en el proceso de alfabetización estadística de las personas (ver Figura 1):

Figura 1

Modelo de alfabetización estadística



Nota. Tomado de Gal (2002, p.4). Traducción libre.

Gal (2002) diferencia en su modelo dos componentes: los elementos del conocimiento y los elementos disposicionales (de disposición). Al respecto de los elementos del conocimiento, establece cinco de ellos para que contribuyan en conjunto a la capacidad de las personas para comprender, interpretar, evaluar críticamente y, si es necesario, tomar una postura crítica respecto a los mensajes estadísticos. Estos componentes se describen en la siguiente tabla 1.

Tabla 1*Elementos del conocimiento*

Elemento del conocimiento	Características
Habilidades de alfabetización	Poseer nociones matemáticas fundamentales, conocer las “grandes ideas” que están detrás del pensamiento estadístico, conocer cómo se procesan y analizan los datos estadísticos, conocer los defectos o fallas típicas que se presentan al realizar el análisis y la interpretación de datos.
Conocimiento estadístico	Saber por qué se necesitan datos y cómo se pueden producir, familiaridad con los términos estadísticos, comprensión de las nociones básicas de probabilidad, saber cómo se llega a conclusiones o inferencias estadísticas.
Conocimiento matemático	Se refiere a la comprensión general de las matemáticas involucradas en la generación de resultados en estadística y las conexiones matemáticas que se requieren para ello.
Conocimiento del contexto	Se refiere a qué tan familiarizado o no esté una persona con un contexto en el que se recopilaron datos y qué alternativas existirían de interpretación de los datos.
Habilidades críticas	Se refiere a la capacidad de una persona para examinar la veracidad, la naturaleza, credibilidad y validez de las afirmaciones presentadas en los medios y reflexionar sobre posibles interpretaciones alternativas de las conclusiones que se les transmiten

Nota. Elaboración propia de acuerdo con Gal (2002).

Gal (2002) señala que las cinco bases de conocimientos se superponen y no funcionan de forma independiente. Por otro lado, el autor expone la necesidad de se activen ciertas disposiciones en el individuo, ya que la acción implica una posición no pasiva de la información estadística: una postura crítica y las creencias y actitudes.

Comprensión gráfica

Una de las nociones y elemento central dentro de las discusiones sobre la importancia de la estadística en la vida de las personas, es la de gráficos estadísticos. Es por ello por lo que, dentro de la matemática educativa se ha enfocado la atención al constructo de comprensión gráfica. Para Friel et al. (2001), la comprensión de gráficos estadísticos está asociada a “las habilidades de los lectores de gráficos para interpretar el significado de gráficos creados por otros o por ellos mismos” (p. 391). Sin embargo, algunas investigaciones reportan las dificultades y errores en la interpretación de gráficos (García-García et al., 2019; García-García et al., 2020; Monteiro y Ainley, 2007).

Ahora bien, los trabajos de Curcio (1989), y Friel et al. (2001) logran describir los niveles de lectura que se presentan en estudiantes en situación escolar en contacto con

actividades que contienen gráficos estadísticos. Dichos niveles que los autores proponen son (ver Tabla 2):

Tabla 2

Niveles de lectura de gráficos estadísticos según Friel, Curcio y Bright (2001)

Nivel de lectura	Características
Leer los datos	Corresponde a una lectura local y específica, atendiendo a hechos explícitamente representados en el gráfico.
Leer dentro de los datos	Implica la comparación e interpretar valores, busca relación entre las cantidades y conlleva la aplicación de procedimientos matemáticos simples.
Leer más allá de los datos	Implica la extrapolación de los datos (inferencia o predicción), cuando se pide información que no está representada en el gráfico.
Leer detrás de los datos	Requiere una mirada crítica sobre la calidad de los datos y la forma de recolección de los datos; del uso del gráfico y su conexión con el contexto, se examina la calidad de los datos

Nota. Tomado de Friel et al. (2001, p. 384). Traducción propia.

Aunque actualmente las investigaciones sobre análisis e interpretación de gráficos estadísticos de los estudiantes y profesores han ido en aumento (Garzón-Guerrero y Jiménez, 2021; Espinel et al., 2009), se han realizado muy pocos estudios referidos a información con gráficos estadísticos a la ciudadanía en general.

Conocer reflexivo

Para Skovsmose (1997, 1999), la alfabetización no es tan solo una competencia que tiene que ver con la habilidad para leer y escribir, o una habilidad que puede medirse y controlarse, sino que también posee una dimensión crítica, por lo que lo relaciona con el término alfabetización matemática, el cual significa la capacidad para hallar las estructuras tecnológicas y formales construidas dentro de la sociedad.

Skovsmose (1999) plantea de la misma manera que, para que pueda darse la alfabetización matemática, un ciudadano necesita desarrollar algo que denomina conocer reflexivo, para desenvolverse como ciudadano crítico. Este autor, define al conocimiento reflexivo en términos abstractos como la capacidad necesaria de “tomar una posición justificada ante diversas situaciones del contexto y poder reaccionar como ciudadanos críticos en la sociedad actual” (p. 111). Así, se caracteriza con base en tres aspectos centrales que brindan cohesión a dicho constructo: la toma de conciencia, la autonomía y la transformación. A continuación, se delimitan los aspectos centrales de cada uno de estos elementos (Ver Tabla 3).

Tabla 3

Elementos del conocer reflexivo

Elemento	Características
Toma de conciencia	Se relaciona con la competencia general necesaria para reaccionar como ciudadanos críticos en la sociedad de hoy en día.
Autonomía	Se refiere a la capacidad necesaria de un individuo para tomar una posición justificada en una discusión sobre algún problema abordado.
Transformación	Hace referencia a que el conocer reflexivo en conexión con la crítica, no solo debe relacionarse con un proceso mental de pensamiento, sino también con una acción y reacción

Nota. Elaboración propia.

Como se ha mencionado anteriormente, muchas de las investigaciones que existen en matemática educativa sobre la lectura de gráficos se centran en estudiantes o profesores, pero poco en ciudadanos que no se encuentran en situación escolar y en contextos más generales. Es por ello, que se considera que la noción de *alfabetización estadística* requiere una ampliación que permita una unidad de análisis mejor ubicada en cuanto a incluir a un tipo de población más general, es decir, a un ciudadano. Cabe mencionar que hay modelos y perspectivas de investigación, como el de la estadística cívica, que intentan establecer ampliaciones de la alfabetización estadística, donde no se apunte a una capacidad general para evaluar datos estadísticos de todo tipo, sino que se centren en cuestiones relevantes para la sociedad, como la migración, desempleo, igualdad social, democracia, derechos humanos entre otros a través de una mirada educativa multidisciplinaria criticando la educación estadística tradicional (Engel et al., 2021). Sin embargo, dicho modelo se ubica en escenarios escolares con implicaciones curriculares, pero no así en ciudadanos no necesariamente en situación escolar.

De manera que se propone un modelo que articula elementos del modelo de Gal (2002), la taxonomía de Curcio (1989), Friel et al. (2001) y el conocer reflexivo de Skovsmose (1997,1999), con la intención de que el objetivo central se encuentre en la comprensión de gráficos estadísticos en ciudadanos que no se encuentran en situación escolar. De ahí que, en esta investigación se buscó complementar con diferentes constructos fundamentales para analizar el sentido crítico de la lectura de gráficos estadísticos por parte de los ciudadanos.

Dado que, en la presente investigación, la noción de ciudadanía juega un papel muy importante, también se considera la presentación de lectura de gráficos, pero no desde un punto de vista escolar, sino considerando el contexto actual de relevancia para el ciudadano, en otras palabras, qué aspectos sociales-culturales son destacados dentro del contexto nacional que pudieran ser relevantes para la ciudadanía y de alguna u otra forma, determinan casos de discusión o de opiniones encontradas. Por tanto, dentro de la presente investigación se considera una ampliación de la mirada hacia la ciudadanía que se enfrenta a diferentes voces de información y de representaciones de ésta a través de notas periodísticas, de manera se toma en cuenta una figura no necesariamente en situación escolar, sino más bien, una figura de un ciudadano con hábitos de consumo de los medios a su disposición, o sea, un ciudadano lector.

De lo anterior, se estructura un modelo adaptado que articula elementos de los tres modelos mencionados anteriormente para realizar el análisis de la investigación, y así describir los diferentes procesos presentes en los ciudadanos lectores al momento de leer e interpretar gráficos estadísticos en notas periodísticas.

De esta forma, del modelo de alfabetización estadística de Gal (2002) se incorporaron al modelo de análisis, sólo los elementos del conocimiento (habilidades de alfabetización, conocimiento estadístico, conocimiento matemático, conocimiento del contexto y habilidades críticas). Los elementos disposicionales no se tomaron en cuenta debido a que se necesita otro modelo que ayude a realizar una categoría con un componente material desde lo social. Por ello, en esta investigación se busca homologar la propuesta de Skovsmose del conocer reflexivo necesario para darse la alfabetización estadística, admitiéndolo como la habilidad de tomar una postura crítica respecto a información presentada en gráficos estadísticos inmersos en un contexto social. Por otra parte, la taxonomía de Curcio (1989) se incluyó en el apartado de conocimiento estadístico debido a que involucra analizar los niveles de lectura de los gráficos estadísticos en los ciudadanos lectores. Los componentes que integran el modelo adaptado se describen a continuación (Ver Tabla 4):

Tabla 4

Modelo extendido de alfabetización estadística para la ciudadanía lectora

Componente	El modelo busca identificar en el ciudadano lector que:
Habilidades de alfabetización	Comprenda el contexto de circundante, identifique los defectos que se presentan en el análisis y la interpretación de datos, conozca el proceso y análisis de datos estadísticos.
Conocimiento estadístico	Posea los conceptos y procedimientos estadísticos que se usan al hablar sobre los gráficos y su contexto. En este componente intervienen los niveles de lectura de gráficos descritos por Friel et al. (2001), dado que ese es el aspecto central para analizar.
Conocimiento matemático	Cuente con los conocimientos matemáticos cuando se lea e interprete información con gráficos estadísticos.
Conocimiento de contexto	Posea una interpretación adecuada respecto a los mensajes estadísticos al ubicarlos en un contexto propio de su realidad social circundante
Habilidades críticas	Expresa una postura crítica acerca de la información contenida en un gráfico estadístico.
Toma de conciencia	Se alcance un nivel de conciencia acerca de la realidad y que sea capaz de reconocer una problemática a través de las notas periodísticas presentadas.
Autonomía	Sea capaz de distinguir las implicaciones que puede tener en su vida el conocer dichas problemáticas del contexto.
Transformación	Sea capaz de establecer acciones o cambios al respecto de su entorno social posterior a leer y analizar las notas presentadas.

Nota. Elaboración propia.

La Figura 2 muestra el modelo adaptado de la articulación propuesto para el análisis de esta investigación. El modelo propuesto tiene forma circular debido a que busca identificar, describir y categorizar lo que el ciudadano lector es capaz de reflexionar cuando

se le presentan información de medios. Es importante mencionar que el interés del análisis y del modelo es que no se busca jerarquizar las respuestas de los participantes.

Figura 2

Modelo extendido de alfabetización estadística para la ciudadanía lectora



Nota. Elaboración propia.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

El instrumento experimental y la población de estudio

Para la realización de este estudio nos apoyamos en un paradigma fenomenológico (Valenzuela y Flores, 2013) debido a que se busca describir cualitativamente cómo los ciudadanos interpretan gráficos estadísticos. En ese contexto se busca que el investigador comprenda, interprete y describa el qué y el cómo los ciudadanos lectores llegan a interpretar los gráficos estadísticos que se encuentran un contexto cotidiano.

Con el fin de alcanzar nuestro objetivo de describir la interpretación crítica de gráficos estadísticos realizada por ciudadanos lectores acerca de información encontrada en medios de comunicación, el diseño metodológico de la presente investigación se planteó bajo un enfoque cualitativo. Se usó, como método de indagación, el estudio de casos múltiples, debido a que se quiere analizar diferentes características de un mismo fenómeno en los sujetos a estudiar. De manera que el instrumento para la toma de datos con el cual se realizó esta investigación es a partir de entrevistas semiestructuradas, lo que permitió recabar información veraz, para después analizarla y poder categorizar tipos de respuestas con ayuda del modelo extendido.

Población y muestra de estudio

Para la investigación se decidió que la población se conformara por ciudadanos mexicanos hombres y mujeres que tengan estudios desde nivel básico a nivel superior y sean mayores a 15 años. Para la recolección de la información se utilizó muestreo no probabilístico por conveniencia. La muestra se conformó entonces por 7 personas de diferentes regiones de la República Mexicana, con una edad que oscilaba entre los 15 y 60 años, con diferentes niveles de escolaridad, desde primaria hasta licenciatura, y de diferentes ocupaciones. Lo anterior, con la intención de mantener la heterogeneidad respecto a la formación académica, la edad y el género de los participantes. Sin embargo, en el presente reporte se presentará el análisis de un ciudadano lector.

Técnicas de recolección de datos y el instrumento experimental

Como parte del instrumento para la toma de datos, se diseñó una entrevista semiestructurada que coadyuvara al análisis de la información y que desencadenara interpretaciones, junto con tres notas periodísticas de medios masivos como el instrumento experimental de la investigación. Es importante recalcar que la recolección de datos se apoyó por medio de la videograbación de las entrevistas, las cuales posteriormente se transcribieron en su totalidad.

El instrumento experimental se decidió que incluyera aspectos no de corte escolar, sino más bien, de alguna problemática/situación real que pudiera ser accesible para la ciudadanía, y con la cual se pudieran encontrar en cualquier medio de comunicación visual, escrita o digital. Las dos condiciones que cumplieron las notas para su elección fueron, la inclusión de gráficos estadísticos y de una problemática clara de un tema de actualidad donde la ciudadanía podría estar inmersa o ser partícipe. La intención de usar notas periodísticas está ligada al tipo de población del estudio y con el hecho de que cualquier persona tenga acceso a ella. Para seleccionar las notas periodísticas con gráficos estadísticos, se hizo una revisión sobre los tipos de gráficos que son presentados frecuentemente en periódicos, televisión, revistas, libros, redes sociales, y otros medios de comunicación nacionales. Con base en lo anterior, se decidió trabajar con notas periodísticas que tuvieran gráficos de barras y que permitieran generar una discusión sobre la información estadística presentada.

La estructura del instrumento experimental a través de la entrevista se dividió en 3 secciones: datos personales, contenido matemático e impacto social (Ver Tabla 5):

Tabla 5

Ejemplo de algunas preguntas realizadas en el instrumento experimental

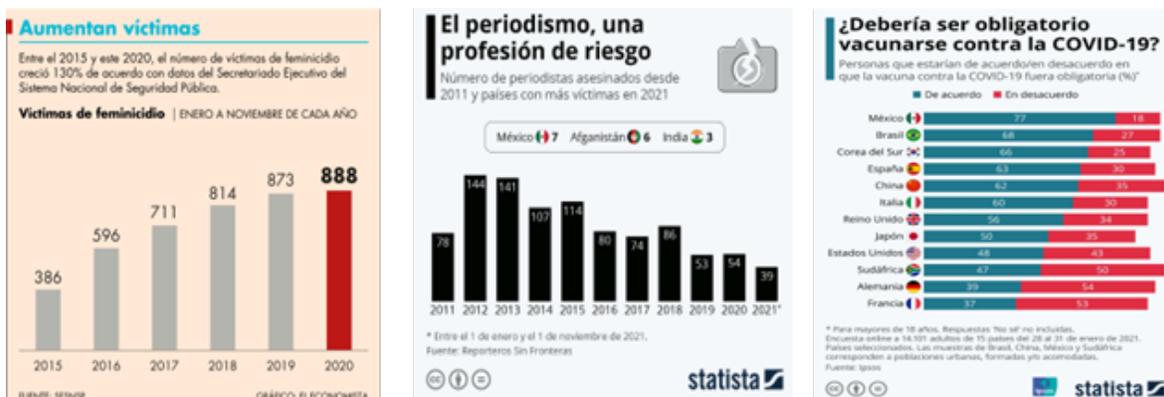
Secciones	Ejemplo de algunas preguntas
Datos personales	<ul style="list-style-type: none"> • Grado de estudio • ¿Usted ve noticias? ¿Dónde las ve? • ¿Tiene redes sociales? ¿Les cree a las noticias que ve ahí?
Contenido matemático	<p>Noticia 1: La autora de la noticia llegó a la conclusión que entre el 2015 y el 2020 el número de víctimas de feminicidio creció 130%. ¿Es valida su conclusión? ¿Por qué?</p> <p>Noticia 2: Según la tendencia del gráfico, ¿qué se espera que ocurra en el año 2022?</p> <p>Noticia 3: ¿A qué crees que se deba que en México el 77% de las personas está de acuerdo con implementar la obligación de vacunarse contra el COVID-19?</p>
Impacto social	<p>Noticias 1,2 y 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuál cree que fue el fin de esta noticia? • Después de ver y analizar esta noticia, ¿Afectaría en su vida cotidiana? ¿Por qué? ¿Cómo? <p>Contraste de gráficos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si la elección fuera mañana y usted viera este gráfico en el periódico el día de hoy, ¿El gráfico le ayudaría a decidir por quién votar? ... ¿por quién votaría?

Nota. Elaboración propia.

Las notas periodísticas seleccionadas discuten temas actuales y se eligieron tomando en consideración el momento histórico, político, social y cultural de México (Ver Figura 3).

Figura 3

Selección de notas periodísticas



Nota. Primera nota de izquierda a derecha: Víctimas de feminicidio entre el 2015 al 2020 (Fuente: Periódico El Economista. Publicado el 29 de diciembre del 2020). Segunda nota: Número de periodistas asesinados desde 2011 al 2021 (Fuente: Periódico El Economista. Publicado el 29 de diciembre del 2021). Tercera nota: Personas que están de acuerdo y en desacuerdo en que la vacuna contra la COVID-19 fuera obligatoria (Fuente: Periódico Statista. Publicado el 2 de noviembre del 2021).

La primera sección de la entrevista (ver tabla 5) permitió conocer de manera personal a los participantes del estudio. En la sección del contenido matemático se toma en consideración el modelo de Alfabetización Estadística Extendido diseñado expresamente para el análisis y que permitió la conformación de las preguntas y categorizar las respuestas de los entrevistados. La última sección permite explorar si el contexto de la nota periodística tiene impacto en la vida personal del ciudadano lector. En esta última parte se incluyeron dos gráficos tomados de internet (Ver Figura 4) que presentaban resultados de encuestas políticas. Sin embargo, ambos gráficos muestran alteraciones en la proporción, el área y carecen de datos completos. La intención era analizar si los ciudadanos lectores eran capaces de cuestionar críticamente el gráfico estadístico y si percibían la información distorsionada.

Figura 4

Gráficos del instrumento experimental



Nota. Gráfico de la izquierda: Gráfico de resultados de encuestas preliminares para candidatos a gobernador del estado de Nuevo León. Fuente: Twitter 2020. Gráfico de la derecha: Gráfico de resultados de encuestas preliminares para candidatos presidenciales en Honduras. Fuente: Twitter 2021.

Los archivos de audio y video obtenidos durante las 7 entrevistas que se realizaron se transcribieron con ayuda del software Amberscript para realizar un análisis más preciso y describir con el mayor detalle posible el discurso y la forma en que se expresan los entrevistados y que permitan dar sustento del presente estudio.

DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

El tipo de análisis que se realizó fue de tipo interpretativo (Barraza, 2023), tomando como base el modelo extendido descrito anteriormente y las afirmaciones que los ciudadanos lectores realizaban al momento de la entrevista. Posteriormente, a través de la transcripción se realizó una búsqueda de elementos categóricos dentro de las mismas y de la revisión de los videos, que pudieran caracterizar a algún elemento del modelo teórico. Posteriormente,

estas categorías se describían ampliamente de acuerdo con los elementos conceptuales que se concretan para el análisis.

A continuación, se presenta una síntesis del análisis de una de las entrevistas, que para efectos del presente reporte se considera a una ciudadana lectora, mayor de edad con escolaridad máxima primaria y que se dedica a las labores del hogar (ver Tabla 6):

Tabla 6

Análisis de la entrevista a la ciudadana lectora a través del modelo extendido

Elementos	Componente	Reflexión
Elementos del conocimiento	Habilidades de alfabetización	Se le dificulta conectar la información del texto con el gráfico, sin embargo, sus respuestas son amplias respecto a su experiencia. Desconoce cómo se procesan y analizan los datos estadísticos o cómo se pueden generar diferentes mediciones a partir de un conjunto de ellos, así mismo ignora los defectos o fallas típicas que se presentan al realizar el análisis de datos.
	Conocimiento estadístico	Su familiaridad con términos básicos estadísticos es poca. Muestra dificultades en hacer una lectura literal del gráfico, no alcanza a reconocer el título del gráfico (Leer los datos), si bien compara e interpreta algunos valores, al pedirle que realice procedimientos matemáticos simples le genera conflictos (Leer dentro de los datos). No se leyó adecuadamente las preguntas en donde se le pide predecir e inferir sobre información que está implícitamente en el gráfico (Leer más allá de los datos), debido a ello no evidenció aspectos mínimos sobre hacer una lectura crítica de los datos y métodos de recolección (Leer detrás de los datos)
	Conocimiento matemático	Se observó en el ciudadano lector la noción del significado de algunos conceptos matemáticos comunes en la generación de ciertos indicadores estadísticos como: población, mayor-menor, aumenta-disminuye. Se le dificulta la comprensión de los hallazgos estadísticos básicos relacionados con porcentajes y promedios.
	Conocimiento de contexto	A lo largo de la entrevista se observa cómo la lectora lleva el contexto de las noticias presentadas a su vida familiar y sus experiencias, lo que la lleva a tomar una reflexión sobre las situaciones y cómo le afectan a su vida diaria.
	Habilidades críticas	Las respuestas muestran una evaluación crítica parcial de la información estadística, que la llevan a interpretaciones más informadas, ya que, siempre hablaba desde su experiencia. Tuvo dificultades en analizar la validez de la información estadística presentada en los gráficos y el texto.
Elementos del conocer reflexivo	Toma de conciencia	Se observa una toma de conciencia frente al contexto de las noticias, ya que se usa la información que obtiene de los medios de comunicación y con ayuda de los argumentos estadísticos dados en las noticias, hace reflexiones de cómo le afectan o no esas situaciones a su vida diaria.
	Autonomía	Leer las noticias, en especial la que habla sobre la violencia en las mujeres, le permitió reflexionar sobre cómo le afecta esta situación debido a que tiene hijas, concluyó que va a aconsejarlas más y que siempre tratará de apoyarlas, aunque estén grandes.
	Transformación	Se toma una postura reflexiva respecto a las tres noticias, y se nota un interés más genuino de la nota relacionada con feminicidios en donde menciona cómo puede ayudar a aportar a la solución del problema, en este caso menciona que podría hacer para que sus hijas no vivan una situación de violencia.

Nota. Elaboración propia.

A continuación, se presentan tres extractos de las entrevistas de donde fue posible interpretar lo afirmado en la Tabla 6. El extracto 1 es respecto al conocimiento estadístico, el segundo, muestra la información del elemento toma de conciencia, mientras que el extracto 3 se relaciona con el conocimiento matemático:

Entrevistador: bueno viendo ahí la noticia ¿cuál cree usted que es el título de la gráfica? de toda la información que tenemos aquí ¿usted cuál cree que es?

Ciudadano lector 1: de las mujeres que las matan.

Entrevistador: muy bien. ¿Cuánto cree usted que es la diferencia entre el 2020 y el 2015 de feminicidios acá en México?

Ciudadano lector 1: es mucho bastante, se fue muy alto [...]

Extracto 1. Entrevista ciudadano lector 1. Noticia 1: Violencia contra las mujeres, al alza en 2020. (Tomado de Cigarroa, 2022)

Entrevistador: después de ver esta noticia ¿Usted cree que le afectaría en su vida cotidiana o en su vida diaria?

Ciudadano lector 1: es que la violencia siempre afecta en la vida de uno porque pues realmente se mete uno en las noticias y ya ve que, pues ya mataron a este, ya mataron al otro y las riñas y pues sí afecta porque no sabe si va a salir a la calle y no sabes si va a regresar a su casa, porque como le digo realmente hoy ya es pura violencia. Ya ahorita sale uno y que Dios nos acompañe porque realmente no se sabe si va a regresar [...]

Extracto 2. Entrevista ciudadano lector 1. Noticia 2: Los países más peligrosos para ejercer el periodismo (Tomado de Cigarroa, 2022).

Entrevistador: ¿Cuál cree que es la diferencia entre las personas que están de acuerdo entre México y Francia?

Ciudadano Lector 1: Como unas 40 y tantas personas que están de acuerdo y otros que no, bueno en estas están unas de acuerdo, acá en 77 y acá pues muy pocas la verdad [...]

Extracto 3. Entrevista ciudadano lector 1. Noticia 3: ¿Quiénes estarían a favor de que la vacuna contra la COVID-19 fuera obligatoria? (Tomado de Cigarroa, 2022).

Con base en la síntesis, es necesario resaltar aquellos que posibilitan la lectura de un gráfico estadístico, sobre todo, la forma en la cual, el contexto de la nota juega un rol protagónico en el interés del ciudadano lector. La ciudadana lectora sin duda comprendía el texto circundante de las noticias y sus respuestas son claras y amplias respecto a su experiencia o su vida diaria. También, ponía en juego ciertos términos básicos de estadística

y de matemáticas, aunque de acuerdo con la taxonomía de Friel et al. (2001), tiene dificultades en la gran mayoría de los niveles de lectura de un gráfico estadístico, pudiendo reconocer simplemente una lectura explícita de los datos a través de la gráfica (Leer los datos). No obstante, los contextos de las tres noticias le permitieron reflexionar sobre su vida diaria e incluso posicionarse críticamente durante la entrevista, siendo incluso una de las pocas personas entrevistadas que da cuenta de posibles decisiones que afectarían su situación familiar.

La última afirmación permite dar cuenta de la importancia de que los análisis sobre la lectura de gráficos estadísticos no deberían dirigirse únicamente hacia la jerarquización basado en un nivel alcanzado, sino también descansar en la importancia que el lector le atribuya a dicho gráfico estadístico. Es decir, los análisis sobre la lectura de gráficos estadísticos no deben de olvidar al lector o lectora, o quizás, la comunidad que lee.

REFLEXIONES FINALES

Es importante resaltar que los resultados del análisis de esta investigación exploratoria no son generalizables a toda la población mexicana, puesto que lo que se buscó fue caracterizar y describir algunos aspectos que manifestaron los ciudadanos lectores al respecto de la interpretación de gráficos estadísticos en un ambiente no escolar, es decir, problemáticas asociadas a la vida diaria a través de noticias periodísticas.

En general, se observó que la mayoría de los ciudadanos lectores evidenciaron problemas con las preguntas en que se les solicitaba inferir o que tenían un nivel de dificultad alto acerca del gráfico. De hecho, los resultados nos permiten reafirmar la necesidad del desarrollo de diferentes habilidades de alfabetización mencionadas por Gal (2002).

En ese sentido, aunque el modelo de Gal (2002) incluye elementos actitudinales, compuestos por la postura crítica y las creencias y actitudes, en el presente trabajo se consideró que es el elemento más ambiguo. Si bien, este elemento busca hacer visible aspectos culturales y sociales, las descripciones generales no se consideraron adecuadas para el tipo de análisis que se venía realizando. Es por esta razón que se decidió realizar una adaptación que complementara el modelo de Gal, considerando un elemento social que incluyera el contexto de las noticias. Para ello, se homologó la propuesta del conocer reflexivo de Skovsmose (1999) el cual, en conexión con la crítica, no sólo debe relacionarse con un proceso mental de pensamiento, sino también con una acción y reacción. Lo anterior consideramos una ampliación y una aportación del presente trabajo, en situaciones extraescolares, aspectos que en otros modelos como el de estadística cívica no es problematizado (Engel et al., 2021).

Es importante recalcar que el modelo extendido fue la pieza fundamental del estudio que se reporta, ya que permitió caracterizar y describir los diferentes elementos que se movilizan y que se habilitan en cada uno de los ciudadanos lectores al interpretar información con gráficos estadísticos.

Con base a lo anterior, es posible responder a la interrogante que se planteó como problemática de investigación referida a las estrategias que pone en funcionamiento un ciudadano lector al momento de interpretar información a través de un gráfico estadístico (Tabla 6). Es importante recalcar que las estrategias no se presentan todas al mismo tiempo ni por separado, sino que tanto las referidas al conocimiento como las de reflexión, se movilizan en conjunto, pero claramente motivadas por el contexto de lectura y los ciudadanos lectores.

Sin duda, los ciudadanos lectores exhiben tener alguna noción de los elementos del modelo adaptado de alfabetización estadística. Sin embargo, aquellos que manifestaron tener una noción más amplia de los conocimientos estadísticos y matemáticos fueron los que tienen un nivel de formación educativa de por lo menos el nivel medio superior lo que permite concluir que el avance escolar, o bien, a lo que se dediquen los ciudadanos lectores, influye en el desarrollo de una cultura estadística.

Con respecto al trabajo experimental y metodológico, es pertinente mencionar que la investigación se llevó a cabo en una situación no escolar, es decir, se buscó que las notas periodísticas a analizar fueran de temas actuales y de contextos conocidos para que pudieran desencadenar una postura crítica y reflexiva, y que se pudiera relacionar a la vida diaria y experiencias de los lectores. Esto además es un parteaguas a un tipo de investigaciones donde no se limita a lectores en situación escolar con la intención de jerarquizar su nivel de lectura desde un grado escolar ya que, como la ciudadana lectora permite ver, dentro de la lectura de gráficos estadísticos, el involucramiento con el contexto desencadena posturas críticas.

Finalmente, si bien es cierto que algunos de los componentes básicos de la alfabetización estadística se encuentran dentro de los componentes de matemáticas y del Plan de estudios escolar (SEP, 2017), para que los estudiantes adquieran conocimientos estadísticos, es necesario provocar escenarios donde estos interactúen con una variedad de contextos a medida que empiezan a tener contacto con la información estadística en el mundo contemporáneo. En consecuencia, el no poseer las habilidades estadísticas mínimas es considerado como un tipo especial de analfabetismo. De ahí que, se considera que los conocimientos estadísticos son indispensables para entender el entorno natural y el contexto social. Es así como, consideramos que la enseñanza de la estadística con contexto aportaría elementos que ayuden a la ciudadanía en el desarrollo de su pensamiento crítico. Por lo tanto, la alfabetización estadística no implica leer o interpretar matemáticamente gráficos o tablas estadísticas, sino que se pueda asumir una postura crítica respecto a la información presentada.

REFERENCIAS

- Alsina, Á. (2018). El número natural para organizar, representar e interpretar la información (estadística, azar y probabilidad). En M. C. Muñoz Catalán y J. Carrillo Yañez (Eds.). *Didáctica de las matemáticas para maestros de educación infantil* (pp. 21–79). Paraninfo.

- Arredondo, E., Vásquez, O. y García-García, J. (2019). Análisis de las tablas y los gráficos estadísticos en libros de texto de Chile y España para la educación infantil. *Revista de Investigaçao e Divulgaçao em Educaçao Matemática*, 5(1), 1–26.
- Arteaga, P., Batanero, C., Contreras, J. y Cañadas, G. (2016). Evaluación de errores en la construcción de gráficos estadísticos elementales por futuros profesores. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 19(1) 15-40.
- Ávila, A. (2023). Educación matemática en pandemia: los efectos de la distancia. *Educación matemática*, 35(1), 8-34.
- Batanero, C., Contreras, J., Díaz, C. y Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 83(1991), 7–18.
- Barraza, A. (2023). *Metodología de la investigación cualitativa. Una perspectiva interpretativa*. Recuperado el 3 de febrero de:
<http://www.upd.edu.mx/PDF/Libros/MetodologiaInvestigacion.pdf>
- Cigarroa, Y. (2022). *Estudio cualitativo sobre la interpretación de información con gráficos estadísticos en la población mexicana* (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma de Coahuila.
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension. Elementary and Middle School Activities*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Díaz-Levicoy, D., Arteaga, P. y Batanero, C. (2017). Lectura de gráficos estadísticos: una competencia importante a desarrollar en clases. Recuperado el 23 de enero de 2024 de:
https://cibem.semrm.com/images/site/LibroActasCIBEM/ComunicacionesLibroActas_CB1101-1200.pdf
- Espinel, M., González, M., Bruno, A. y Pinto, J. (2009). Las gráficas estadísticas. En L. Serrano (Ed.). *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica*, (pp. 57-74). Universidad de Granada.
- Estrella, S. y Olfos, R. (2012). La taxonomía de comprensión gráfica de Curcio a través del gráfico de Minard: una clase en séptimo grado. *Educación Matemática*, 24(2), 123-133.
- Fernández, N., García-García, J., Arredondo, E. y López, C. (2019). Comprensión de una tabla y un gráfico de barras por estudiantes universitarios. *Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación de la Universidad Central de Venezuela*, 5(10), 145–162.
- Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in mathematics Education*, 32(2), 124-158.

- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1–25. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2002.tb00336.x>
- García-García, J., Arredondo, E. H., López-Mojica, J. M. y Encarnación-Baltazar, E. J. (2019). Avances en la comprensión gráfica de estudiantes de secundaria después de actividades de aprendizaje. *Espacios*, 40(12), 11-25.
- García-García, J. I., Encarnación, E. y Arredondo, E. (2020). Exploración de la comprensión gráfica de estudiantes de secundaria. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 11(11), 9-25. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v11i10.925
- Garzón Guerrero, J. y Jiménez Castro, M. (2021). Un estudio exploratorio de la competencia gráfica de futuros profesores de Portugal e Italia a través de la interpretación de diagramas estadísticos de barras y sectores extraídos de la prensa escrita. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 106, 33-42.
- Garzón-Guerrero, J.; Batanero, C. y Valenzuela-Ruiz (2021). Sentido estadístico y análisis de gráficos sobre la COVID-19. *Educação Matemática Pesquisa*, 23(4), 54-77. Doi: 10.23925/983-3156.2021v23i4p054-77
- Monteiro, C. y Ainley, J. (2007). Investigating the interpretation of media graphs among student teachers. *International Electronic Journal of Mathematics Education* 2(3), 188-207.
- Salcedo, A., González, J. y González, J. (2021). Lectura e interpretación de gráficos estadísticos, ¿cómo lo hace el ciudadano? *PARADIGMA*, 41(e1), 61–88.
- Sánchez, M. y Castañeda, A. (2021). What mathematical competencies does a citizen needs to interpret Mexico's official information about the COVID-19 pandemic? *Educational Studies in Mathematics*, 108(1–2), 227–248. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10082-9>
- Secretaría de Educación Pública (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral. Plan y programas de estudio para la educación básica*. Recuperado el 5 de abril de 2022 de: https://www.sep.gob.mx/work/models/sep1/Resource/10933/1/images/Aprendizajes_clave_para_la_educacion_integral.pdf
- Skovsmose, O. (1997). Competencia democrática y conocimiento reflexivo en matemáticas. *Revista EMA*, 2(3), 191-216.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica* (P. Valero. Trad.). Una empresa docente.
- Valenzuela, G. y Flores, F. (2013). *Fundamentos de investigación educativa (Vol.1)*. Editorial Digital, Tecnológico de Monterrey.

Wallman, K. (1993). Enhancing Statistical Literacy: Enriching Our Society. *Journal of the American Statistical Association*, 88(421), 1-8.

Explorando las estadísticas a través del fútbol: en diálogo con estudiantes de 10 años

Exploring Statistics throughout soccer: in dialogue with 10-year-old students

Tatiana Olicio Lopes¹ y Sandra Gonçalves Vilas Bôas²

¹ Universidade de Uberaba, Brasil (tatiana.olicio@educacao.mg.gob.br) y ² Universidade de Uberaba, Brasil (sandra.vilasboas@uniube.br)

Cómo citar este artículo:

Olicio, T. L. y Vilas Bôas, S. G. (2024). Explorando las estadísticas a través del fútbol: en diálogo con estudiantes de 10 años. *Educación y ciencia*, 13(61), 36-54.

Recibido: 3 de noviembre de 2023 | Aceptado: 26 de abril de 2024 | Publicado: 15 de julio de 2024

Resumen

El objetivo del artículo, parte de un estudio de maestría en el Programa Profesional de Postgrado en Educación de la Universidad de Uberaba, campus Uberlândia, Brasil, es presentar el contexto de investigación “justicia social en el fútbol”. Se objetivó comprender las posibilidades de enseñar y aprender Estadística considerando las fases del Ciclo Investigativo Problema, Plan, Datos, Análisis, Conclusiones (PPDAC), de Wild y Pfannkuch (1999). Participaron estudiantes de Educación Primaria de 10 años. La investigación reveló que ellos pueden interpretar datos estadísticos de textos periodísticos al relacionar el análisis al contexto del campeonato de fútbol Brasileirão 2023, especialmente el número de tarjetas rojas y amarillas. Así, este enfoque fomenta el pensamiento crítico y la evaluación autónoma de la información recibida.

Palabras clave: ciclo investigativo; educación estadística; educación primaria; fútbol

Abstract

The objective of the article, part of a master’s research in the Professional Graduate Program in Education at the University of Uberaba, Uberlândia campus, Brazil, is to present the context of research “social justice in soccer”. The aim was to understand the possibilities of teaching and learning Statistics considering the phases of the investigative cycle Problem, Plan, Data, Analysis, Conclusions (PPDAC), by Wild and Pfannkuch (1999). Participants were 10-year-old primary education students. The investigation revealed that they can interpret statistical data from newspaper texts by relating the analysis to the context of the Brasileirão 2023 soccer championship, especially the number of red and yellow cards. Therefore, this approach promotes critical thinking and autonomous evaluation of received information.

Keywords: investigative cycle; statistical education; primary education; soccer

INTRODUCCIÓN

Este artículo está organizado en cuatro secciones. En la introducción, la constitución de la investigación fue señalada a partir del destaque a la relevancia del tema, al objetivo general y a los objetivos específicos. En la primera sección, el marco de referencia para la enseñanza de estadística en los primeros años de la educación primaria fue destacado. Posteriormente,

el Ciclo Investigativo Problema, Plan, Datos, Análisis, Conclusiones (PPDAC) de Wild y Pfannkuch (1999) fue discurrido. La segunda sección se constituye de la metodología. Siguiendo a la tercera sección, el resultado del contexto de investigación “fútbol y justicia social” fue descrito y analizado. En la cuarta sección, las conclusiones fueron presentadas.

Los significativos cambios en el panorama científico y tecnológico de la sociedad actual, sobre todo en los campos de la comunicación e información, proporcionan a las personas un acceso fácil y rápido a una cantidad inmensurable de información y estadísticas en periódicos, en revistas, en investigaciones científicas en Internet, así como en diversos canales de comunicación.

A partir de eso, se consideró que los alumnos necesitan comprender la información y las noticias presentadas por los medios, así como ser capaces de interpretar, analizar y tomar decisiones basadas en conocimientos estadísticos previos, adquiridos con las experiencias de años anteriores. Desde la perspectiva de Cazorla (2002), la “importancia de la Estadística en la formación del ciudadano es creciente, en la medida en que este queda expuesto a información estadística difundida por los medios” (p. 1) en la vida cotidiana.

El estudio de la estadística debe comenzar desde los primeros años de la educación primaria, con el objetivo de introducir temas cercanos a la experiencia de los alumnos, promover la enseñanza y fomentar el interés por la educación estadística. Para ello, la investigación presentada en este artículo científico se fundamentó en la pregunta orientadora: ¿de qué forma las cinco fases del Ciclo Investigativo PPDAC, de Wild y Pfannkuch (1999), contribuyen a la enseñanza y al aprendizaje de la estadística en el 5º año de la educación primaria?

Para responder a esta pregunta, se delineó el objetivo general de comprender las posibilidades de enseñar y aprender estadística considerando las cinco fases del Ciclo Investigativo PPDAC, de Wild y Pfannkuch (1999). Además, se definió los siguientes objetivos específicos: elaborar y desarrollar tareas estadísticas conforme al tema de justicia social en el fútbol; posibilitar a los niños la participación en una investigación sobre las cinco fases del Ciclo Investigativo PPDAC (Wild y Pfannkuch, 1999); identificar y comprender los conocimientos de los alumnos relativos a la enseñanza de estadística al participar en el estudio e investigar cómo los alumnos desarrollan habilidades relacionadas con el uso de excel.

El contexto de investigación presentado en este artículo abordó la importancia de interpretar datos estadísticos presentados en textos periodísticos. El objetivo fue relacionar la enseñanza de estadística con el tema de justicia social en el fútbol mediante la consideración del número de tarjetas rojas y amarillas recibidas durante el campeonato de fútbol Brasileirão 2023.

MARCO DE REFERENCIA

La enseñanza de las matemáticas ha sido objeto de estudios y de debates en Brasil, así como en otros países. Sin embargo, se perciben inquietudes y dificultades, dentro de las escuelas, en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas.

Según la Base Nacional Común Curricular (BNCC), conforme MEC (2018), “el conocimiento matemático es importante para todos los estudiantes de la Educación Básica, ya sea por su gran aplicación en la sociedad moderna, ya sea por sus potencialidades en la formación de ciudadanos críticos, conscientes de sus responsabilidades sociales” (p. 267).

Para seguir los caminos de la investigación, este estudio fue basado en la BNCC (MEC, 2018) para comprender y analizar los objetos de conocimiento de la unidad temática de probabilidad y estadística en los primeros años de la educación primaria, así como las competencias y las habilidades que pueden adquirir los estudiantes en este segmento de la educación básica.

Según la BNCC, la enseñanza de Estadística propone el abordaje de conceptos, hechos y procedimientos presentes en muchas situaciones problemáticas de la vida cotidiana, de igual modo en el ámbito de las ciencias y de la tecnología. Esta posibilidad se manifiesta en momentos que, conforme MEC (2018), “implican el trabajo con la recopilación y organización de datos de una investigación de interés para los alumnos. La planificación de cómo realizar la investigación ayuda a comprender el papel de la Estadística en la vida cotidiana de los estudiantes” (p. 276).

Los resultados matemáticos y los datos estadísticos son una referencia constante durante los debates en la sociedad. De esta manera, según Borba y Skovsmose (2001), “las Matemáticas y la Estadística se convierten en parte del lenguaje con el que se presentan sugerencias políticas, tecnológicas y administrativas” (p. 127). Así, el ejercicio consciente de la ciudadanía pasa por la comprensión reflexiva y crítica de los datos.

Dado que la Estadística se trabaja en las clases de Matemáticas en la Educación Básica, es nuestra responsabilidad reflexionar sobre lo propuesto en la BNCC a través de la unidad temática de Probabilidad y Estadística.

La enseñanza de estadística

La formación de los alumnos requiere, cada vez más, habilidades para aprender a cuestionar, argumentar, probar y validar el hacer matemático y estadístico dado que, de acuerdo con MEC (2018), “la lectura, interpretación y construcción de tablas y gráficos tienen un papel fundamental, así como la forma de producción de textos escritos para la comunicación de datos, ya que es necesario comprender que el texto debe sintetizar o justificar las conclusiones” (p. 276).

Por lo tanto, la enseñanza de estadística puede contribuir a la formación del ciudadano, ya que no solo ayuda en la lectura e interpretación de datos, sino que proporciona la habilidad para que una persona pueda analizar y relacionar críticamente los datos presentados a partir del cuestionamiento y de la ponderación acerca de su veracidad.

Respecto a cómo abordar los objetos de conocimiento establecidos en la BNCC, Vilas Bôas y Conti (2018) sugieren que las situaciones problema pueden ser indicadas por el profesor o por los alumnos. No obstante, las autoras destacan que lo importante es que, durante todo el proceso, el alumno participe en las discusiones y sea el protagonista de la acción de organizar los datos en la tabla o en el gráfico. La idea es observar qué variables deben considerarse, dónde colocar la información y, en la fase de interpretación, que los estudiantes sepan cuestionar los datos y plantear aspectos importantes en la comparación de la información.

Con el fin de identificar y comprender la progresión de las habilidades propuestas por la BNCC, la Tabla 1 fue organizada. La representación visual muestra los objetos de conocimiento y las habilidades para la enseñanza de Estadística dentro de la unidad temática de Probabilidad y Estadística a los alumnos del 5º año (niños de 10 años) de la Educación Primaria.

Tabla 1

Correlación entre objeto de conocimiento y habilidad

Objeto de conocimiento	Habilidad
Lectura, recopilación, clasificación, interpretación y representación de datos en tablas de doble entrada, gráficos de columnas agrupadas, gráficos pictóricos y gráficos de líneas.	(EF05MA24) Interpretar datos estadísticos presentados en textos, tablas y gráficos (columna y líneas), referentes a otras áreas del conocimiento o a otros contextos, como salud y tráfico, y producir textos con el objetivo de sintetizar conclusiones. (EF05MA25) Realizar una investigación que involucre variables categóricas y numéricas, organizar datos recolectados mediante tablas, gráficos de columnas, pictóricos y de líneas, con y sin el uso de tecnologías digitales, y presentar un texto escrito sobre el propósito de la investigación y la síntesis de los resultados.

Nota. Tomado de MEC (2018, pp. 278-296).

En la enseñanza de estadística, la propuesta se centra en el perfeccionamiento de habilidades que involucran la capacidad de recolectar, organizar, representar, interpretar y analizar datos en diversos contextos. Esta metodología contribuye al desarrollo de procesos de pensamiento, de razonamiento y de adquisición de actitudes.

En este contexto, para que la propuesta mencionada en el párrafo anterior sea exitosa, es necesario que, en las aulas, existan espacios de intercambio y de aprendizaje significativos, donde las actividades didácticas desafíen a los niños, los lleven a prever resultados, a simular situaciones, a elaborar hipótesis y a reflexionar sobre las situaciones cotidianas.

Paralelamente a las cuestiones curriculares, existen también las cuestiones de formación didáctica y de contenido de los profesores que enseñan Estadística en la Educación Primaria. Con el objetivo de ofrecer al profesor posibilidades para el compromiso en la práctica de la Educación Estadística, los autores Campos, Wodewotzki y Jacobini (2011) les sugieren tres principios básicos para desarrollar en el aula. Para Campos et al. (2011), ellos son: “contextualizar los datos de un problema estadístico; fomentar la interpretación y el análisis de los resultados obtenidos; y socializar el tema, es decir, situarlo en un contexto político/social y promover debates sobre los temas planteados” (p. 64).

El Ciclo Investigativo: Problema, Planeamiento, Datos, Análisis y Conclusión (PPDAC, Wild & Pfannkuch, 1999)

Este artículo presenta, en la sección dedicada al desarrollo de la investigación, el contexto de investigación “fútbol y justicia social”, donde las situaciones se organizan y planifican para ocurrir teniendo en cuenta las cinco fases del Ciclo Investigativo Problema, Planeamiento, Datos, Análisis y Conclusión (PPDAC) (Wild & Pfannkuch, 1999).

Estas fases, visibles en la Figura 1, se distribuyen de manera que permiten comparar las acciones a desarrollar en el aula con las acciones de una investigación estadística. Para Wild y Pfannkuch (1999), “un ciclo PPDAC se preocupa por abstraer y resolver un problema estadístico basado en un problema 'real' mayor” (p. 225). La mayoría de los problemas están insertos en el deseo de cambiar un “sistema” para mejorar algo. Así, los autores Wild y Pfannkuch (1999) enfatizan que “una solución basada en conocimiento para el problema real requiere una mejor comprensión de cómo funciona un sistema y tal vez también, cómo reaccionará a los cambios en los flujos de entrada, configuraciones o entorno” (p. 225).

Figura 1

Esquema del Ciclo Investigativo de Wild y Pfannkuch



Nota. Tomado de Wild y Pfannkuch (1999, p. 226).

En la fase titulada “Problema”, los alumnos aprenden la dinámica del sistema, así como definen el tema y la pregunta que desean investigar, es decir, definen el P (problema). En la segunda fase P, titulada “Planificación”, es momento de elegir los procesos de muestreo (quién, la cantidad de personas y el lugar de la investigación); el control de los datos, como la elección y la elaboración del instrumento de recopilación de datos; el tipo de prueba a utilizar; y la realización del análisis de los datos. La recolección de datos (D) es la tercera fase. Además de ser el momento de ir al campo, también se lleva a cabo el control y la limpieza de los datos en esta fase. Después, llega el momento del análisis de datos (A), lo que corresponde a la cuarta fase. Los alumnos exploran y organizan los datos, construyen tablas y gráficos, analizan lo planeado y lo no planeado, así como generan hipótesis. La quinta fase es el momento de las conclusiones (C), en el cual se realizan interpretaciones al igual que se reflexiona sobre los datos, momento en el que pueden surgir nuevas ideas. Por último, se comunica el resultado de la investigación. Para Silva y Couto (2021), es “el momento de la clase en el que se produce la sistematización del tema estudiado con los conceptos estadísticos y las reflexiones sobre el contexto” (p. 5).

Vilas Bôas (2020) destaca que “al trabajar desde la perspectiva del Ciclo Investigativo, los alumnos actúan como productores de datos, interpretan sus propios datos y explicitan sus propios resultados” (p. 197). Sumado a eso, para Silva (2007), en el contexto escolar, el uso de este modelo tiene como objetivo que el estudiante sienta la necesidad de resolver un problema, lo que puede garantizar su participación.

Es importante destacar que el desarrollo del Ciclo Investigativo permite abordar temas relacionados con la sociedad, lo que estimula el pensamiento crítico en el alumno, motivándolo a participar en discusiones a partir de sus conocimientos previos.

METODOLOGÍA

Este estudio se trató de una investigación cualitativa cuya modalidad fue la investigación participativa. Schmidt (2006) explica que:

El término participante remite a la controvertida presencia de un investigador en un campo de investigación formado por la vida cotidiana de individuos, grupos, comunidades o instituciones cercanas o lejanas. Esta presencia del investigador en el campo encuentra su complementación en la invitación o convocatoria del otro — individuo, grupo, comunidad o institución — para participar en la investigación como informante, colaborador o interlocutor (p. 31).

La investigación cualitativa en la modalidad de investigación de campo se eligió por ser, de acuerdo con Creswell (2010), “un medio para explorar y comprender el significado que los individuos o grupos atribuyen a un problema social o humano” (p. 26).

La investigación de campo se llevó a cabo en la Escuela Estatal Seis de Junio, en Uberlândia, Minas Gerais, Brasil. La escuela cuenta con 14 clases de educación primaria y un total de 354 alumnos (niños de 6 a 10 años). Se invitó a participar en la investigación 28 alumnos con edades entre 9 y 10 años. La elección de este grupo se debió a que la investigadora es profesora de ese curso. Por lo tanto, la investigadora desempeñó un doble

papel: participar en este proceso como mediadora y orientadora de las tareas desarrolladas en el contexto de investigación; e investigar de manera descriptiva y reflexiva el proceso de construcción de conocimientos relacionados con la enseñanza de estadística junto con excel.

La producción de los datos se llevó a cabo a medida que se desarrolló el contexto de investigación. Campos (2017) eligió, en su investigación, el término “contexto de investigación” (p. 113) para representar el conjunto de tareas y clases necesarias para el desarrollo de cada tema. Desde esta perspectiva, la investigadora destacó que este es el medio/espacio a través del cual se realiza la recolección de datos de la investigación, que no está caracterizado solo por los procesos matemáticos y estadísticos involucrados en él, sino también por la interacción entre ellos.

En este sentido, se propusieron diversas tareas que estimularon la aplicación de contenidos de Estadística de la Educación Primaria, las cuales se enfocaron en la lectura e en la interpretación de datos que permitieron a los estudiantes debatir, interactuar y crear sus propias evidencias. Las tareas fueron de naturaleza investigativa, tal como propone Campos (2017), quien establece que “los niños son responsables de buscar la información necesaria para resolver, comprender y reflexionar sobre el desarrollo de la tarea y elaborar sus conclusiones basadas en los resultados obtenidos” (p. 113).

El contexto de investigación se llevó a cabo en el aula y en el laboratorio de informática, con una clase semanal de dos horas cada una, durante el horario de la asignatura de matemáticas. En el transcurso de la investigación, un diario de campo para registrar las observaciones y las consideraciones de los estudiantes fue utilizado. A su vez, los alumnos registraron, en un cuaderno de bitácora, sus evidencias, dificultades y sugerencias sobre las actividades desarrolladas.

El análisis de los datos se realizó mediante la triangulación de los datos producidos durante el desarrollo del contexto de investigación. El método de triangulación implica, para Minayo (2005), “combinar y cruzar múltiples puntos de vista, integrando la visión de varios informantes y empleando una variedad de técnicas de recolección de datos que acompañan a la investigación” (p. 71). Esta elección se justifica porque, según Campos (2017), “la triangulación permite obtener datos más completos y detallados sobre el fenómeno en estudio” (p. 128), lo que facilita una descripción más rica y minuciosa al realizar el análisis de la información. Así como la investigadora citada, creemos que el uso de diferentes técnicas en un mismo estudio mejora la validez de los resultados. Por lo tanto, la investigación constituirá conocimientos en movimiento en busca de resultados y de significado para la práctica pedagógica.

Para concluir esta sección, es válido destacar que los fundamentos teóricos y metodológicos presentados hasta ahora estuvieron presentes en los diferentes momentos de la investigación. Por añadidura, en la siguiente sección, se nota que el desarrollo del contexto de investigación “justicia social en el fútbol”, desde la definición del tema hasta el análisis, fue descrito.

RESULTADOS

El contexto de investigación “justicia social en el fútbol”

En esta sección, la descripción y el análisis del contexto de investigación “justicia social en el fútbol” son presentados. Ese fue desarrollado en 4 semanas, una vez a la semana, con carga horaria de 2 horas por clase, totalizando 110 minutos. O sea, hubo un total de 8 horas de clase.

El objetivo de este contexto de investigación fue relacionar la enseñanza de Estadística con el tema “justicia social en el fútbol” a partir de la consideración del número de tarjetas rojas y amarillas recibidas durante el campeonato de fútbol *Brasileirão* 2023.

Nos proponemos conectar esta perspectiva al objeto de conocimiento, que es, conforme MEC (2017), “lectura, recolección, clasificación, interpretación y representación de datos en tablas de doble entrada, gráficos de columnas agrupadas, gráficos pictóricos y gráficos de líneas” (p. 296).

El objeto de conocimiento en cuestión prevé el desarrollo de la habilidad mediante la cual el estudiante será capaz de, aún conforme MEC (2017), “interpretar datos estadísticos presentados en textos, tablas y gráficos (de columnas o líneas), referentes a otras áreas del conocimiento o a otros contextos, como salud y tráfico, y producir textos con el objetivo de sintetizar conclusiones” (p. 297).

En vista de esto, es notoria que las cinco fases del Ciclo Investigativo son necesarias para comprender las tareas que deben realizarse en la búsqueda de soluciones. Según Silva (2007), en el contexto escolar, el uso de este modelo lleva al estudiante a sentir la necesidad de resolver un problema, lo cual puede garantizar su compromiso. De esta manera, el problema ya no sería resuelto únicamente por solicitud del profesor; de hecho, el alumno, al estar involucrado en esta situación, desearía encontrar la solución y buscaría las herramientas necesarias para lograrlo.

Una vez presentados los objetivos de este contexto, a continuación, su desarrollo y cómo se constituyeron los conocimientos en este movimiento son descritos.

Clase 1: El tema

Para trabajar el contexto de investigación propuesto, iniciamos un diálogo en el aula a partir de la solicitud a los alumnos que presentaran sugerencias sobre enfoques del tema “justicia social en el fútbol”. En la primera fase del PPDAC, titulada “Problema”, durante el debate, los estudiantes intercambiaron ideas e indicaron que la justicia podría estar relacionada con los tipos de tarjetas (roja y amarilla) y con las sanciones ocurridas dentro y fuera del campo. Así, estas respuestas fueron obtenidas de los educandos Gu, Rafa, Manu, Pe, Pa y Guel:

“Lo que entiendo es que las tarjetas amarillas y rojas están para hacer justicia en el juego cuando un jugador provoca o comete faltas graves” (Gu, s.d., comunicación personal).

“A veces, el jugador puede estar metido en apuestas, y hace algo en la cancha, como provocar una falta por dinero y perjudicar al otro equipo” (Rafa, s.d., comunicación personal).

“No sé si tiene algo que ver, pero el jugador Paquetá está involucrado en apuestas, porque su amigo Lucas contó que le estaban pagando para cometer una falta grave y recibir una tarjeta amarilla para ser expulsado” (Manu, s.d., comunicación personal).

“Maestra, la tarjeta roja y la amarilla son una forma en que el árbitro mantiene el orden, no permitiendo que la violencia continúe y sancionando las faltas cometidas por los jugadores. Sin las tarjetas, se vuelve un caos, no obedecen al árbitro” (Pe, s.d., comunicación personal).

“Muchos equipos reciben tarjetas amarillas porque son indisciplinados y violentos en la cancha” (Pa, s.d., comunicación personal).

“También está lo que sucede después de las tarjetas, el equipo o el jugador es juzgado por su infracción” (Guel, s.d., comunicación personal).

En esta clase, los alumnos aprendieron a reflexionar sobre las cuestiones que podrían llevarlos a responder a la pregunta de investigación. En aquel momento, la investigadora orientó a los estudiantes a tomar notas en sus cuadernos de bitácora sobre la relevancia del tema acerca de la justicia.

Finalmente, los alumnos eligieron investigar la aplicación de tarjetas rojas y amarillas durante el campeonato de fútbol *Brasileirão* 2023. Es importante destacar que las tarjetas se se presentan al jugador cuando el árbitro le muestra una tarjeta amarilla como advertencia por alguna infracción, como una falta; y el cartón rojo, cuando la infracción es grave o si el jugador ya ha recibido una tarjeta amarilla anteriormente. Según los estudiantes, esta acción de mostrar tarjetas evidencia la justicia, ya que penaliza las imprudencias y las penalidades causadas durante el partido de fútbol.

En este punto, los alumnos definieron la pregunta de esta investigación en relación con la justicia en el fútbol: ¿cuántas tarjetas rojas y amarillas recibieron los equipos del *Brasileirão*? Los estudiantes consideraron importante investigar sobre las tarjetas rojas y amarillas recibidas por los equipos del *Brasileirão* en otros años para hacer una comparación y un análisis de los datos referentes a 2023.

La primera fase del PPDAC permitió a los alumnos interactuar, discutir y mostrar sus conocimientos sobre el tema “justicia social en el fútbol” por medio de la formulación de una pregunta de investigación y de la demostración de lo que comprendían sobre la investigación. De acuerdo con Santana y Cazorla (2020), en el trabajo con la metodología de investigación, el estudiante desempeña un papel activo desde la definición del tema y del problema hasta la conclusión, pasando de ser receptor a ser constructor del conocimiento junto con el profesor y con sus compañeros.

Una vez definido el tema, la segunda fase del PPDAC, titulada “Planificación”, fue iniciada. Los alumnos fueron llevados al laboratorio de informática para investigar sobre las “tarjetas amarillas y rojas”, según la Figura 2. En aquel momento, consideramos importante indagar sobre los conocimientos previos de los estudiantes. Les preguntamos si sabían cómo buscar en la computadora y cómo debían realizar esa búsqueda. A partir de eso, las alumnas Gabi, Rafa y Manu dijeron:

“Podemos escribir en Google el título de nuestra investigación y luego darle enter para buscar, va a salir muchas cosas” (Gabi, s.d., comunicación personal).

“O también podemos poner el nombre del torneo Brasileirão y la cantidad de tarjetas amarillas y rojas” (Rafa, s.d., comunicación personal).

“Podemos buscar la tabla del Brasileirão del 2023, tarjetas amarillas y rojas” (Manu, s.d., comunicación personal).

Al regresar a las preguntas sobre la investigación en el laboratorio, preguntamos qué sitios podríamos usar para buscar información. Los alumnos Pa, Rafa, Ezo, Gabi y Br afirmaron:

“Maestra, uso Google, escribo lo que quiero y busco” (Pa, s.d., comunicación personal).

“Podemos buscar información en Google Deportes, ahí hablan de todo sobre fútbol” (Rafa, s.d., comunicación personal).

“Podemos escribir las palabras 'tarjetas amarillas y rojas del Brasileirão' y poner el año que queremos buscar” (Ezo, s.d., comunicación personal).

“Podemos usar las palabras 'tarjetas rojas y amarillas'” (Gabi, s.d., comunicación personal).

“Podemos buscar 'tabla de tarjetas amarillas y rojas del Brasileirão’” (Br, s.d., comunicación personal).

Figura 2

Alumnos en el laboratorio de informática



Nota. Tomada por las autoras durante la investigación en 2023.

Durante la búsqueda en los sitios, los estudiantes usaron palabras clave, como: “tarjetas rojas y amarillas del *Brasileirão*”; “campeonato *Brasileirão* y cantidad de tarjetas rojas y amarillas”; y “justicia en el fútbol y cantidad de tarjetas rojas y amarillas”. En esta búsqueda, ellos lograron encontrar, en el sitio *Entertainment and Sports Programming Network* (ESPN), la tabla con los datos que necesitaban, así como los de años anteriores también.

Clase 2: La construcción de la tabla y del gráfico en el entorno del lápiz y del papel

Al principio, el material investigado fue impreso. Seguidamente, los alumnos comenzaron la interpretación y el análisis de los datos en el aula reunidos en grupos, cómo se ve en la Figura 3. Los educandos hablaron sobre la posibilidad de realizar una investigación en grupo, ya que el campeonato *Brasileirão* tiene 20 equipos. Una vez establecido esto, cada grupo se encargó de construir, interpretar y comparar las tablas de los años 2020-2021, 2022-2023 y 2023-2424 con relación a cinco equipos. El criterio de separación de los equipos para cada grupo fue por orden numérico, según la tabla 2020-2021. Los alumnos consideraron importante analizar todos los clubes, no solo los de preferencia mayoritaria. Esa fue una estrategia para evitar el análisis repetido del mismo equipo, dado que el 56,66% de los estudiantes son seguidores del Flamengo.

Tabla 2

Lista de equipos del Brasileirão y grupos de control

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4
Goiás	Sport	Flamengo	Atlético-GO
Internacional	Coritiba	Fluminense	Atlético-PR
Corinthians	Fortaleza	Santos	Botafogo
Ceará	Vasco da Gama	São Paulo	Bragantino
Palmeiras	Bahia	Grêmio	Atlético-MG

Nota. Elaboración propia.

Figura 3

Trabajo en grupo en el aula



Nota. Tomada por las autoras durante la investigación en 2023.

La tercera fase del PPDAC, titulada “Datos”, comenzó con los estudiantes reunidos en grupos. La acción de esta etapa, como se muestra en la Figura 4, fue registrar, en el cuaderno, los datos recopilados en una tabla de frecuencias que contenía los cinco equipos del grupo y sus respectivas cantidades de tarjetas amarillas y rojas recibidas. Los educandos consideraron importante incluir la columna de totales para comparar qué equipo recibió más tarjetas amarillas y rojas, además de comparar los años anteriores según las variables presentadas.

Dada la importancia de esta actividad, se plantearon algunas preguntas sobre los elementos que componen una tabla. En relación con eso, los alumnos Ezo, Sadhi y Miguel afirmaron:

“La tabla no puede quedar cerrada” (Ezo, s.d., comunicación personal).

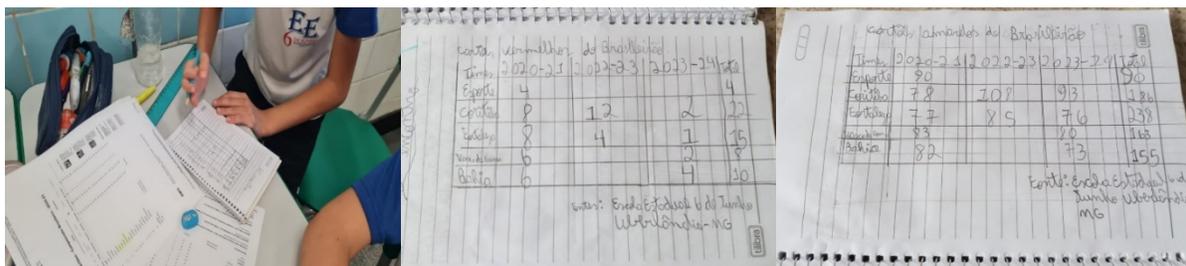
“Debemos incluir la fuente, el título y el encabezado” (Sadhi, s.d., comunicación personal).

“Creo que se vería bien si usamos colores diferentes para cada año” (Miguel).

Después de organizar los datos, se procedió a explicar los conceptos estadísticos seleccionados al inicio de la segunda fase P, titulada “Planificación”. En esta etapa, se permitió a los estudiantes reflexionar sobre la organización de los datos en una tabla, acercándose a lo que se formuló en la primera fase del PPDAC.

Figura 4

Construcción de la tabla en el cuaderno



Nota. Tomada por las autoras durante la investigación en 2023.

Los estudiantes crearon dos tablas en sus cuadernos: la tabla 1, referente a las tarjetas amarillas, y la tabla 2, referente a las tarjetas rojas. Esta elaboración se llevó a cabo en grupo. Las tablas fueron descritas por medio de los títulos “tarjetas rojas del campeonato *Brasileirão*” y “tarjetas rojas del campeonato *Brasileirão*”. La primera columna de cada tabla consistió en los nombres de los equipos. La segunda, tercera y cuarta columnas presentaron los períodos 2020-2021; 2022-2023; y 2023-2024. La quinta columna exhibió la cantidad total de tarjetas amarillas y rojas. Después, ellos finalizaron con el registro de la fuente de la información, *Entertainment and Sports Programming Network* (ESPN), y del año en que fue produzida, 2023.

Con el objetivo de evaluar los conocimientos previos de los alumnos sobre la creación de gráficos, se les hicieron algunas preguntas:

“¿Qué tipo de gráfico podrían usar? ¿cuál sería más adecuado?” (Investigadora, s.d., comunicación personal).

“La elaboración de este gráfico no es fácil, hay mucha información” (Sadhi, s.d., comunicación personal).

“Un gráfico de líneas, pero no sé cómo hacerlo” (Ana, s.d., comunicación personal).

“El gráfico de barras o columnas es más sencillo” (Pd, s.d., comunicación personal).

“¿Podemos incluir una leyenda en el gráfico?” (MJ, s.d., comunicación personal).

En la cuarta fase del PPDAC, titulada “Análisis”, comenzamos con la construcción colectiva del gráfico en la pizarra a partir de la explicación de cada elemento. Después de la construcción de la primera columna, los alumnos pidieron hacer el resto por su cuenta, ya que entendieron cómo debían proceder. Es importante destacar que la tabla y el gráfico se construyeron según la división de los grupos con los respectivos equipos presentados en la Tabla 2 de este artículo.

En esta actividad, los alumnos describieron los elementos necesarios para construir un gráfico. Asimismo, ellos respondieron sobre los ejes vertical y horizontal, la escala unitaria, el título, el encabezado, el cuerpo del texto y la fuente. De esta manera, los alumnos lograron hacer el esbozo del gráfico al trazar los ejes horizontal y vertical. En este caso, las columnas representaron las respuestas/datos recolectados.

Figura 5

Finalización del gráfico



Nota. Tomada por las autoras durante la investigación en 2023.

Esta fase representó el momento de sistematizar conceptos estadísticos sobre la construcción de tablas y gráficos. Se pudo observar que los alumnos del 5º año demostraron haber entendido cómo construir un gráfico con todos sus elementos. Aunque algunos no hayan incluido la fuente, ya sabían cómo hacerlo.

Clase 3: La construcción de la tabla y del gráfico en el entorno virtual

Después de la fase anterior, los estudiantes regresaron al laboratorio de informática con sus cuadernos, abrieron Excel, llenaron los datos en las columnas y celdas, y crearon el gráfico de columnas, como se ve en la Figura 6. Es importante tener en cuenta que, en este momento, los estudiantes ya sabían cómo utilizar Excel, ya que habían realizado otras actividades en clases anteriores, como dicho por los alumnos Gabi, MJ, Iza, Mi, Ju y Sadhi:

“Maestra, aquí ahora es fácil, porque ya hicimos otros gráficos y es igual, ¿no?” (Gabi, s.d., comunicación personal).

“Lo bueno de Excel es que todo aquí ya está listo, solo tenemos que poner la información en las celdas” (MJ, s.d., comunicación personal).

“Pero, maestra, ¿cómo hago la leyenda?” (Iza, s.d., comunicación personal).

“¿No recuerdas que Igor explicó que, cuando ponemos los datos en filas y columnas, Excel lo hace todo automáticamente? Solo tenemos que elegir el mejor gráfico” (Mi, s.d., comunicación personal).

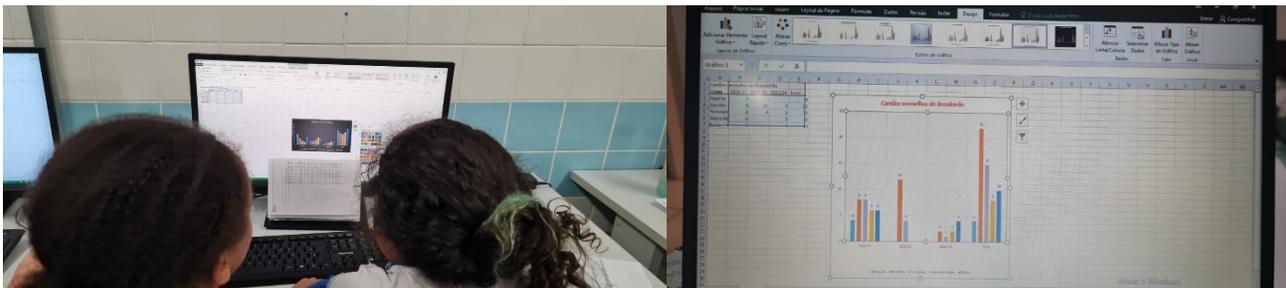
“Otra cosa, ¿recuerdas que la maestra enseñó que, después de tener el gráfico listo, también podemos hacer clic para alternar entre columnas y filas, y luego podemos colocar la leyenda como más nos guste?” (Ju, s.d., comunicación personal).

“Excel es genial. Mientras pasamos casi una clase haciendo el gráfico en papel cuadriculado, aquí lo hacemos súper rápido. ¡Es muy bueno!” (Sadhi, s.d., comunicación personal).

Para aquellos que, en aquel momento, aún no conseguían usar Excel, los compañeros ayudaron con el llenado y la creación de gráficos, como se muestra en la Figura 6. Vale la pena destacar que, en este entorno educativo, se fomentó un trabajo colaborativo entre los estudiantes.

Figura 6

Construcción del gráfico utilizando excel



Nota. Tomada por las autoras durante la investigación en 2023.

Ante esto, es posible destacar que el uso de Excel es fundamental para contextualizar lo aprendido en el aula a partir de la construcción de gráficos, de la identificación de celdas y de tipos de gráficos más recomendados, así como otros recursos. Además, resulta motivador para los alumnos.

Clase 4: Interpretando los datos

La última fase del PPDAC es titulada “Conclusión”. En ella, los estudiantes verbalizaron como forma de responder a la pregunta: ¿qué muestran las tarjetas rojas y amarillas de los equipos del campeonato *Brasileirão* en relación con el tema de la justicia en el fútbol? Las respuestas fueron las siguientes:

“Podemos observar que, al comparar los años anteriores con el actual, muchos equipos han aumentado el número de tarjetas rojas, y creo que esto se debe a la violencia entre los jugadores y a las apuestas también” (Manu, s.d., comunicación personal).

“Desde mi punto de vista, las tarjetas amarillas muestran cuánto están indisciplinados los jugadores, causando faltas innecesarias, ya que el número de tarjetas con respecto al año pasado se duplicó para algunos equipos” (Rafa, s.d., comunicación personal).

“La justicia en el fútbol debe ocurrir dentro y fuera del campo. El jugador debe ser sancionado por faltas graves. Si miramos la tabla de 2020, muchos equipos tuvieron 2, 3, incluso 9 tarjetas rojas durante el campeonato Brasileirão” (Gabi, s.d., comunicación personal).

“Mira que el campeonato aún no ha terminado, imagínate cuando termine” (Ya, s.d., comunicación personal).

“Si no existieran las tarjetas amarillas y rojas, muchas cosas serían injustas en el juego, y el árbitro no podría mantener el orden dentro del campo” (Ju, s.d., comunicación personal).

“Maestra, no suelo ver juegos porque no me gusta, pero ayer estaba en la sala y estaban pasando el juego del Palmeiras. Vi cuando otro jugador hizo una falta muy dura al jugador del Palmeiras y el árbitro solo marcó la falta, sin tarjeta. Mi papá se puso muy molesto, diciendo que debería haber sido expulsado. Entonces, le dije que el árbitro no hizo justicia en el campo, no fue justo con el jugador herido” (Mi, s.d., comunicación personal).

De esa manera, debido al número de tarjetas rojas y amarillas analizadas en la tabla, los estudiantes concluyeron que la violencia en el fútbol está presente en todos los juegos. En esa coyuntura, se percibió que el porcentaje, para algunos equipos, tuvo un descenso, mientras que para otros continuó aumentando. Para evidenciar las conclusiones de los alumnos, construimos colectivamente, en la pizarra, un texto detallando y analizando los resultados.

Las tarjetas rojas y amarillas, en el fútbol, son una forma de advertir a un jugador por sus acciones durante un partido. En ese contexto, el árbitro es responsable de juzgar los actos de los jugadores y de sancionar de acuerdo con las reglas.

Las tablas del campeonato *Brasileirão* 2020-2021, 2022-2023 y 2023-2024 muestran cuánta justicia se está aplicando en el campo, ya que muchos equipos ni siquiera están participando en el campeonato de 2023 debido al descenso, y otros mantienen el mismo número de tarjetas que en años anteriores. Hoy en día, cuando el árbitro tiene dudas sobre alguna acción, puede recurrir al Árbitro Asistente de Vídeo (VAR) para revisar la jugada y luego aplicar las tarjetas si es necesario.

De este modo, los educandos discutieron que la justicia debe estar presente dentro y fuera del campo, porque muchos actos cometidos generan una violencia grave, y deben ser juzgados por el Superior Tribunal de Justicia Deportiva del Fútbol (STJD). En aquel momento, preguntamos: ¿por qué muchos equipos no están presentes en el campeonato *Brasileirão*, según la tabla de 2023? La respuesta obtenida por la mayoría que sigue el campeonato es que fueron relegados por no poder clasificar entre los 20 primeros equipos en el año 2022.

Con esto, los resultados de este contexto de investigación muestran que la resolución de las tareas propuestas permitió que los alumnos participaran en la elaboración y en el desarrollo de tareas estadísticas a través del *software* Excel. Así, hubo la oportunidad de establecer vínculos entre el *software* Excel y la enseñanza de Estadística considerando la realidad de la escuela, el día a día de los alumnos y la participación activa en el propio proceso de aprendizaje.

Al ponderar sobre los saberes en movimiento en este contexto de investigación, se concluye que es posible contribuir a la formación de un ciudadano crítico que analiza, cuestiona, reflexiona y toma decisiones basadas en datos. El desarrollo de estas habilidades está previsto, conforme MEC (2018), en la Base Nacional Común Curricular (BNCC): “leer datos expresados en tablas y gráficos de columnas simples, realizar investigaciones que involucren hasta dos variables categóricas de su interés y universo de hasta 30 elementos, y organizar datos mediante representaciones personales” (p. 280).

Para analizar los conocimientos en movimiento en este contexto de investigación, la Tabla 3 fue elaborada.

Tabla 3

Conocimientos en movimiento en el contexto de investigación "justicia social en el fútbol"

Movimientos de constitución de saberes sobre la enseñanza de Estadística	Movimientos de constitución de saberes relativos al uso de la hoja de cálculo electrónica	Movimientos reflexivos críticos sobre la justicia social en el fútbol
Formular hipótesis. Sistematizar, organizar, ordenar e interpretar los datos investigados en tablas. Comparar los datos investigados. Representar los datos en una tabla de frecuencias. Identificar los elementos constitutivos de un gráfico. Representar los datos en gráficos. Planificar y realizar una investigación en grupo. Interpretar y analizar los resultados.	Explorar, en Excel, los tipos de gráficos más recomendados. Percibir las potencialidades de Excel. Construir gráficos de columnas.	Realizar una ronda de conversación, buscando estrategias de investigación. Identificar los tipos de sanciones que ocurren dentro y fuera del campo. Comprender el concepto de tarjetas amarillas y rojas. Observar casos de sanciones dentro y fuera de los campos de fútbol vinculados a sitios <i>web</i> de apuestas. Registrar los datos en el cuaderno de bitácora.

Nota. Elaboración propia.

CONCLUSIONES

Una de las justificaciones utilizadas para llevar a cabo esta investigación fue la necesidad de preparar a los estudiantes para el ejercicio efectivo de la ciudadanía. La idea del estudio fue promover la discusión sobre la información y, al mismo tiempo, motivar los alumnos a comprender y a tomar decisiones basadas en conocimientos estadísticos por medio de la relación entre datos desde una perspectiva crítica que promoviera la valoración del cuestionamiento autónomo. Así, la propuesta fue llevar los estudiantes a analizar los hechos más allá de lo que se lee o escucha.

Los educandos concluyeron que la violencia en el fútbol está presente en todos los partidos debido al número de tarjetas rojas y amarillas analizadas. Ellos también discutieron que la justicia debe estar presente dentro y fuera del campo.

Asimismo, los estudiantes lograron realizar observaciones sistemáticas de aspectos cuantitativos y cualitativos presentes en las prácticas sociales y culturales con el fin de investigar, organizar, representar y comunicar información relevante, además de interpretarla y evaluarla de manera crítica y ética, así como generar argumentos convincentes (MEC, 2017).

A fin de articular las ideas mencionadas anteriormente, fue utilizada, como base de desarrollo, el Ciclo Investigativo Problema, Plan, Datos, Análisis, Conclusiones (PPDAC), de Wild y Pfannkuch (1999), para acercar el proceso de enseñanza y de aprendizaje de los

conceptos estadísticos a los estudiantes. El objetivo fue desarrollar el pensamiento matemático y estadístico desde una perspectiva crítica.

En esa perspectiva, los estudiantes pudieron construir tablas y gráficos en papel y en Excel a partir de los conocimientos adquiridos en otras clases por medio de la investigación y del análisis de tablas estadísticas para aclarar el problema por ellos establecido. A su vez, los educandos mostraron interés en el tema elegido, y sus participaciones en las discusiones geraron grandes reflexiones en torno a la problemática, así como contribuyeron a los cuestionamientos sobre fútbol, justicia y violencia.

El contexto de investigación articuló los conocimientos previos de los estudiantes con la enseñanza de Estadística, lo que permitió la participación en la elección del tema a investigar para recolectar, organizar y presentar los datos en tablas y gráficos estadísticos, proceso que pasó por las cinco fases del PPDAC.

Al trabajar, en el aula, en esta dirección, creemos que es posible desarrollar las habilidades y las competencias relacionadas con la unidad temática de Probabilidad y Estadística propuestas por la Base Nacional Común Curricular (BNCC) (MEC, 2018).

Ante lo expuesto, consideramos que es necesario evaluar y validar métodos y metodologías a la luz de referencias teóricas que consideren la naturaleza, los procesos de investigación y el contexto de la Estadística.

Finalmente, esta investigación muestra que es factible utilizar temas como el fútbol y la justicia social para permitir que los estudiantes se apropien mejor de los conceptos estadísticos a través del uso de Excel y de la consideración de todas las fases del Ciclo Investigativo.

REFERENCIAS

- Borba, M. C. y Skovsmose, O. (2001). A ideologia da certeza em educação matemática. En Skovsmose, O. *Educação matemática crítica: a questão da democracia* (pp. 127-148). Papirus.
- Campos, S. G V. B. (2017). *Sentido de Número e Estatística: Uma investigação com Crianças do 1º Ano do Ciclo de Alfabetização*. [Tesis Doctoral, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho].
- Campos, C. R., Wodewotzki, M. L. L. y Jacobini, O. R. (2011). *Educação Estatística: teoria e prática em ambiente de modelagem matemática*. Editorial Autêntica.
- Cazorla, I. M. (2002). *A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos*. [Tesis Doctoral, Universidade Estadual de Campinas]. Repositorio de la Producción Científica e Intelectual de la UNICAMP. https://www.psiem.fe.unicamp.br/pf-psiem/cazorla_irenemauroicio_d.pdf
- Creswell, J. (2010). *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*. (3ª ed.). Artmed.
- MEC (2017). *Base Nacional Comum Curricular*. (1ª ed.). Ministerio de Educación.
- MEC (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. (2ª ed.). Ministerio de Educación.

- Minayo, M. C. S. (2005). Introdução: conceito de avaliação por triangulação de método. En Minayo, M. C. S., Assis, S. G. y Souza, E. R. (Orgs.) *Avaliação por triangulação de métodos: abordagem de programas sociais*. Editorial Fiocruz.
- Santana, E. R. S. y Cazorla, I. M. (2020). O Ciclo Investigativo no ensino de conceitos estatísticos. *Revemop*, 2, e202018, 1-22.
<https://doi.org/10.33532/revemop.e2020182020>
- Schmidt, M. L. S. (2006). Pesquisa Participante: Alteridade e Comunidades Interpretativas. *Psicologia USP*, 17(2), 11-41.
<https://doi.org/10.1590/s0103-65642006000200002>
- Silva, A. C. S. y Couto, M. E. S. (2021). Conceitos Estatísticos no 1º ano do Ensino Fundamental: Uma proposta investigativa em sala de aula. *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, 8(23), 65-80.
<https://doi.org/10.30938/bocehm.v8i23.5112>
- Silva, C. B. (2007). *Pensamento estatístico e raciocínio sobre variação: um estudo com professores de matemática*. [Tesis Doctoral, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo]. Repositorio PUCSP.
<https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/11206/1/Claudia%20Borim%20da%20Silva.pdf>
- Vilas Bôas, S. G. (2020). Sentido de Número e Estatística: uma investigação com crianças do 1º Ano do Ensino Fundamental. En Perin, A. P. y Pita, A. P. G. (Orgs.). *Contribuições para Educação Estatística: a trajetória acadêmica de um grupo de pesquisa de Rio Claro*. Taubaté: Akademy.
- Vilas Bôas, S. G. y Conti, K. C. (2018). Base Nacional Comum Curricular: um olhar para Estatística e Probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Ensino em Revista*, 25(8), 984-1003.
<https://doi.org/10.1590/s0103-65642006000200002>
- Wild, C. J. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.
<https://iase-web.org/documents/intstatreview/99.Wild.Pfannkuch.pdf>

La recuperación como estrategia pedagógica para la enseñanza de bioestadística

Retrieval practice as a pedagogical strategy for teaching biostatistics

Juan Manuel Solís¹

¹Universidad Nacional de Jujuy, Argentina (juanmasolis@fca.unju.edu.ar)

Cómo citar este artículo:

Solís, J. M. (2024). La recuperación como estrategia pedagógica para la enseñanza de bioestadística. *Educación y ciencia, 13(61), 55-70*.

Recibido: 30 de noviembre de 2023 | Aceptado: 13 de junio de 2024 | Publicado: 15 de julio de 2024

Resumen

El objetivo de este trabajo fue evaluar los efectos de la recuperación como estrategia pedagógica para lograr una mayor apropiación de una serie de conceptos estadísticos seleccionados. La metodología se desarrolló en dos momentos: una primera etapa diagnóstica en la que se comparó los resultados de la recuperación en contraste con el enfoque de enseñanza basada en la repetición de resolución de ejercicios. En una segunda etapa, se implementó la recuperación como estrategia pedagógica de forma sistemática durante la cursada, utilizando algunas de las prácticas sugeridas por la bibliografía consultada (Agarwal et al, 2020; Carpenter y Agarwal, 2020). Los resultados obtenidos en la evaluación en la segunda etapa mostraron una mejora significativa en la apropiación de los conceptos estadísticos.

Palabras clave: recuperación; repetición; estrategia pedagógica; evaluación sorpresa; retención a largo plazo

Abstract

The aim of this study was to evaluate the effects of retrieval practice as a pedagogical strategy to achieve a deeper understanding of a series of selected statistical concepts. The methodology was conducted in two stages: an initial diagnostic phase comparing the outcomes of retrieval practice against a teaching approach focused on repetitive exercise resolution. Subsequently, retrieval practice was systematically implemented throughout the course, incorporating some of the practices suggested by the consulted literature (Agarwal et al., 2020; Carpenter & Agarwal, 2020). The results obtained from the evaluation in the second stage showed a significant improvement in the understanding of the statistical concepts.

Keywords: retrieval; repetition; pedagogical strategy; pop-quiz; long-term retention

INTRODUCCIÓN

La estadística es una disciplina transversal en la investigación científica, y su enseñanza tiene gran relevancia en la formación de profesionales en diversas áreas del conocimiento. En este sentido, resulta fundamental contar con estrategias pedagógicas que permitan a los estudiantes, sin una base consolidada de habilidades analíticas y conocimientos matemáticos previos, apropiarse de conceptos estadísticos de manera efectiva

y a largo plazo, por cuanto en el aprendizaje “las ideas más antiguas poseen ventajas injustas sobre aquellas que llegan más tarde” (Petrosino, 2000).

Tras el confinamiento preventivo por COVID-19, irrumpieron una gran cantidad de recursos y tecnologías de la información y comunicación (TIC) orientados a la enseñanza y el aprendizaje, que abrieron nuevas perspectivas educativas. En particular, herramientas como la librería {exam} de R o los aplicativos interactivos de GeoGebra permitieron ampliar y potenciar los recursos del Aula Virtual en la plataforma Moodle como un complemento versátil y de gran apoyo a las clases presenciales. Siendo así, la cátedra de bioestadística y diseño experimental de la Facultad de Ciencias Agrarias de la Universidad Nacional de Jujuy se dio a la tarea de fortalecer el banco de preguntas del aula virtual a fin de dotar al dictado de la materia un enfoque de enseñanza basado en la repetición de resolución de problemas y ejercicios, de forma tal de propiciar que los alumnos cuenten con un mayor número de intentos en sus prácticas. A pesar de haber concretado un banco de preguntas extenso y variado, lo que permitió que los alumnos pudieran aplicar los conceptos trabajados en clase por medio numerosos ejercicios con diferentes grados de dificultad, los resultados observados durante las evaluaciones no fueron consistentes con la intensidad en el número de intentos, es decir, que la cantidad de prácticas llevadas a cabo no estuvo correlacionada con las calificaciones obtenidas por los alumnos. A raíz de ello, se exploraron alternativas metodológicas para mejorar la capacidad de apropiación de una selección de conceptos estadísticos de los temas considerados de mayor relevancia en: a) Estadística descriptiva; b) Distribuciones de probabilidad; c) Pruebas aplicadas a variables discretas y continuas y d) Inferencia estadística. Entre ellas, el método de la recuperación o retrieval ha sido señalado en diversas fuentes como un dispositivo óptimo para tal fin, ya que fortalece la retención de la información, al tener que recordar y aplicar activamente los conceptos en lugar de simplemente reconocerlos cuando se les presentan.

ANTECEDENTES

Garfield (2008) describe tres niveles de aprendizaje de la Estadística: 1) Alfabetización estadística, b) Razonamiento estadístico y c) Pensamiento estadístico. El nivel básico o alfabetización estadística incluye el entendimiento y el uso básico del lenguaje y las herramientas estadísticas: conocer el significado de términos estadísticos básicos, comprensión del uso de símbolos estadísticos básicos y el reconocimiento e interpretación de diferentes representaciones de los datos. En ese sentido, la alfabetización estadística se relaciona con el nivel de “conocimiento” según la taxonomía de Bloom, para describir el nivel más básico dentro de los resultados del aprendizaje estadístico según su nivel de abstracción (Garfield, 2008), y sobre el cual se apoyan el resto de los niveles o jerarquías de aprendizaje. Desde un enfoque cognitivo, Bransford et al., (2000) señalan que el traspaso analógico exitoso conduce a la inducción de un esquema general para los problemas resueltos que se puede aplicar a problemas subsecuentes. La recuperación de la memoria se promueve mediante esquemas porque estos derivan de un ámbito más amplio de instancias relacionadas que experiencias de aprendizaje únicas, y se potencian mediante el aprendizaje activo, lo que supone un paradigma constructivista del aprendizaje. En este marco, cada nivel de aprendizaje constituye un objetivo a alcanzar habiendo alcanzado competencias suficientes en los niveles previos.

Dentro de los métodos de aprendizaje activos, el método de recuperación o *retrieval* se centra en recuperar información previamente aprendida a partir de la memoria sin pistas ni ayudas externas, fomentando el recuerdo activo siguiendo el principio *no pain, no gain* (Agarwal et al., 2020). A través del acto de recuperación, o “traer” información a la mente, nuestra memoria de esa información se fortalece y es menos probable olvidarla. En contraste, el método de repetición implica revisar y repasar el material de estudio de manera repetida a fin de comprender un concepto determinado o desarrollar una habilidad. Brown, et al. (2014) señalan que “la recuperación repetida puede incrustar tanto el conocimiento como las habilidades de tal manera que se vuelven reflejas” (p.29), siendo más efectiva cuando se divide en períodos separados de entrenamiento. Además, indica que estudiar en forma repetitiva lleva a obtener puntajes más altos en una prueba inmediata, pero resulta en un olvido más rápido en comparación con practicar la recuperación. Esta última afirmación es validada por Marson (2007), quien señala que la repetición mejora tanto la memoria en el corto plazo como la retención y comprensión de un nuevo conocimiento. Por su parte Agarwal (2019, citado en Lang, 2021), indica que la recuperación implica un esfuerzo que es esencial en el proceso de aprendizaje de largo plazo, lo que resulta más efectivo que re-leer, tomar notas o escuchar clases.

Las diferencias en los enfoques de la recuperación y la repetición como estrategias pedagógicas pueden sintetizarse como se indica en la Tabla 1.

Tabla 1

Características distintivas de los enfoques de recuperación y repetición

Característica	Recuperación	Repetición
Descripción	Recuperación activa de la información almacenada en la memoria (“sin ayuda”).	Repetición de ejercicios para reforzar la retención (“con ayuda”).
Retención de conceptos	Largo plazo	Corto plazo
Motivación	Puede mantener el interés al desafiar a los estudiantes y hacer que piensen críticamente	La repetición constante puede llevar a la desmotivación debido a la monotonía
Pensamiento crítico	Desarrolla habilidades de pensamiento crítico ya que la recuperación supone reconocer la aplicación del conocimiento.	Puede no fomentar el pensamiento crítico si se enfoca exclusivamente en la repetición de ejercicios.
Feedback	Se promueve el <i>feedback</i> inmediato y la autoevaluación de procesos.	Feedback y autoevaluación de resultados.
Esfuerzo	Mayor	Menor
Finalidad	Apropiación a largo plazo	Comprensión
Efectividad	Períodos espaciados de entrenamiento	Variabilidad

Nota. Elaboración propia.

La práctica de la recuperación hace al aprendizaje esforzado y desafiante (Agarwal et al, 2020), por lo que su implementación debe ser cuidadosamente planificada y aplicada. En la Tabla 1, se observa que una característica importante a tener en cuenta para lograr una recuperación efectiva es a través de periodos espaciados de entrenamiento (Carpenter y Agarwal, 2020), y por lo tanto su implementación se debe realizar en forma distribuida a lo largo del período educativo a fin de evitar la “ilusión de aprendizaje” que es la percepción de familiaridad de un concepto cuando es tratado en reiteradas ocasiones, cuidando los momentos de aplicación por cuanto es una práctica de alto esfuerzo (Carpenter y Agarwal, 2020).

Se han sugerido diversas estrategias para llevar a cabo una implementación eficaz de la recuperación (Agarwal et al 2022):

- Lluvia de ideas: por medio de tarjetas, pedir a los alumnos que escriban todo lo que recuerden de la clase anterior.
- Cuestionarios sorpresa: Pedir a los alumnos que escriban en menos de un minuto, dos cosas que recuerden luego de una lectura / al final del día / al final de la semana, etc.
- Que los alumnos comenten a sus pares lo que recuerdan sobre un tema.
- Mini-quizzes: preguntas de opciones múltiples o verdadero-falso en tarjetas entregadas a los alumnos a la entrada/salida de clase.

El diseño de entornos educacionales adecuados en los procesos de enseñanza centrada en el estudiante implica identificar y evaluar prácticas pedagógicas que se ajusten a las características y necesidades individuales de los estudiantes. Diversos trabajos de investigación han analizado los beneficios de la recuperación como práctica de aprendizaje (Karpicke, 2012; Karpicke, 2017), pero su aplicación en el aprendizaje de la bioestadística no ha sido suficientemente explorada o, al menos, se ha centrado principalmente en el aprendizaje de la estadística aplicada a ciencias como la psicología (Lyle y Crawford, 2011; Hun Lim, 2015).

Objetivo

El objetivo de este trabajo fue analizar con un enfoque exploratorio los efectos de la recuperación como estrategia pedagógica para lograr una mayor retención a largo plazo, aplicada sobre de una serie de conceptos estadísticos seleccionados en la materia bioestadística de la Facultad de Ciencias Agrarias de la Universidad Nacional de Jujuy: a) Clasificación de variables aleatorias, b) Medidas de variabilidad, c) Independencia de eventos, d) Parámetros de distribuciones de probabilidad, e) Estadístico de prueba en inferencia y, f) P-valor.

METODOLOGÍA

Se realizó un estudio de caso centrado en un análisis exploratorio de los posibles efectos de la recuperación como práctica de aprendizaje aplicado a dos contextos educativos concretos caracterizados por grupos de estudiantes de diferentes carreras. No obstante, la inclusión de un análisis estadístico para evaluar la efectividad de la estrategia de recuperación

intenta añadir mayor objetividad a la investigación, a fin de comparar los resultados obtenidos en cada instancia.

Este trabajo se desarrolló en dos momentos:

1. Momento 1: Una etapa diagnóstica de comparación de la recuperación como estrategia pedagógica para la enseñanza de bioestadística, en contraste con el enfoque de enseñanza basada en la repetición de resolución de problemas y ejercicios, en 27 alumnos de bioestadística, materia del primer cuatrimestre del segundo año de la Licenciatura en Bromatología de la Facultad de Ciencias Agrarias de la Universidad Nacional de Jujuy (Solís, 2023). A este grupo de alumnos se lo denominó Grupo 1.
2. Momento 2: evaluación de los resultados de la implementación de la técnica de recuperación en forma sistemática como estrategia pedagógica en 11 alumnos de bioestadística, materia del segundo cuatrimestre de la Carrera de Licenciatura en Ciencias Biológicas de la Facultad de Ciencias Agrarias de la Universidad Nacional de Jujuy. A este grupo de alumnos se lo denominó Grupo 2.

Es importante notar que la recuperación en el Grupo 1 se realizó como una práctica que consistió únicamente en cuestionarios que los alumnos debieron responder sobre conceptos que fueron recuperados debido a la organización lógica de los temas correlativos en el programa analítico. Estos cuestionarios se basaron en la premisa de que, al recordar y aplicar estos conceptos en diferentes contextos, los estudiantes reforzarían su comprensión y retención de estos. Las preguntas fueron precisas y directas siguiendo las conclusiones de Klahr (2004), quien halló una asociación positiva de la instrucción directa en el aprendizaje. Por ejemplo, la clasificación de variables aleatorias fue un concepto recurrente a lo largo de la cursada, ya que era necesario clasificar las variables antes de aplicar determinadas pruebas estadísticas. Asimismo, el concepto de P-valor fue recuperado en todas las clases donde se realizará una inferencia estadística, a fin de tomar una decisión acerca de rechazar o no las hipótesis nulas.

En cambio, en el Grupo 2 la práctica de recuperación fue diseñada e implementada de forma más estructurada, incorporando algunas estrategias didácticas adaptadas a partir de las provistas en la literatura consultada.

En ambos momentos, utilizamos el software estadístico R para la resolución de situaciones problemáticas.

Momento 1

La cátedra implementó una metodología de aprendizaje basada en la resolución de problemas y ejercicios (Solís, 2023), siguiendo la metodología *Ambiente de Aprendizaje de Razonamiento Estadístico* (SRLE) descrita por Estrella (2014), tratando de integrar el uso de la tecnología con un enfoque activo y participativo de los alumnos poniendo énfasis en la resolución de problemas. Cada clase consistió en la presentación de una situación problemática cuya resolución debía ser propuesta por los alumnos *antes* de desarrollar los temas, según lo observado por Kapur (2014). A continuación, presentar la solución utilizando una metodología estadística adecuada, que luego debía ser aplicada por los alumnos a través

de ejercicios sugeridos de autocalificación en la plataforma Moodle. Para ello aprovechamos la capacidad de ampliar el banco de preguntas de la plataforma Moodle de forma automática con la librería {exams} del programa estadístico R, más específicamente con preguntas condicionales de tipo *cloze*, que son cuestionarios que permiten combinar diferentes tipos de preguntas y respuestas. Por ejemplo, es posible combinar respuestas de tipo numéricas, verdadero/falso y *multiple choice*, entre otras. Además, se puede condicionar una respuesta en función de parámetros previamente especificados, e incorporar plantillas interactivas de GeoGebra para la resolución de ejercicios. {Exams} permite diversificar el Banco de Preguntas en forma aleatoria, creando múltiples cuestionarios a partir de una plantilla. De esta forma, un alumno puede rehacer cuestionarios en múltiples intentos, con resultados diferentes.

A lo largo del curso, realizamos ejercicios de recuperación, es decir, preguntas o ejercicios modelo de clase orientados a que los alumnos traten de recordar una serie seleccionada de conceptos estadísticos con diferentes niveles de dificultad para diferentes temas o unidades curriculares. Por ejemplo, durante la clase práctica de Inferencia con muestras pequeñas, una pregunta fue:

Suponga que el diámetro de colonia de una bacteria coliforme en agar sangre tiene una distribución normal. En un ensayo, la media muestral de los diámetros en 15 colonias fue de 3 mm y un desvío estándar muestral de 0,75 mm. ¿Se trata de datos homogéneos, moderadamente homogéneos o heterogéneos?

En la pregunta anterior, cada alumno debió recuperar el concepto de *Coefficiente de Variación*, introducida durante la clase práctica de Estadística Descriptiva, y aplicarla en el contexto de inferencia de una media, como una forma de anticiparse al comportamiento del intervalo de confianza (a mayor heterogeneidad de datos, se espera una mayor longitud del intervalo de confianza).

Evaluamos cada tema o unidad curricular en dos instancias:

1. Un cuestionario práctico de auto-calificación en la plataforma Moodle, preguntas cerradas, sin restricciones en el número de intentos durante dos semanas luego de finalizada la clase correspondiente a cada tema, computándose la mayor nota obtenida. De esta forma, los alumnos pudieron resolver los ejercicios las veces necesarias hasta lograr la nota de aprobación, o incluso mejorar la nota obtenida. Cada nuevo intento, el juego de preguntas fue diferente por selección aleatoria desde el banco de preguntas.
2. Una instancia de defensa y validación del cuestionario práctico virtual, en forma presencial y oral, donde cada alumno debía desarrollar sobre la resolución de los problemas resueltos.

En la última clase, se les realizó una evaluación sorpresa de 6 preguntas cortas con diferentes niveles de dificultad (Tabla 2):

Tabla 2*Conceptos estadísticos evaluados por tema*

<i>Nº</i>	<i>Concepto estadístico</i>	<i>Tema</i>	<i>Nivel de dificultad</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>Puntaje</i>
	<i>Clasificación de v. a.</i>		<i>Muy bajo</i>		<i>1</i>
<i>1</i>	<i>Coefficiente de variación</i>	<i>1</i>	<i>Bajo</i>	<i>6</i>	<i>1</i>
<i>2</i>	<i>Independencia de variables</i>	<i>2</i>	<i>Medio - bajo</i>	<i>1</i>	<i>2</i>
<i>3</i>	<i>Parámetros de la Distr. Binomial</i>	<i>3</i>	<i>Medio</i>	<i>1</i>	<i>2</i>
<i>4</i>	<i>Estadístico Z</i>	<i>5</i>	<i>Medio</i>	<i>1</i>	<i>2</i>
<i>5</i>	<i>P-valor</i>	<i>5 a 9</i>	<i>Alto</i>	<i>5</i>	<i>2</i>

Nota. Elaboración propia.

Los conceptos evaluados tanto en los cuestionarios prácticos como en la evaluación sorpresa correspondieron a los temas Estadística Descriptiva (Tema 1), Probabilidad (Tema 2), Distribución Binomial (Tema 3), Inferencia Estadística con Muestras Grandes (Tema 5) y P-valor (Temas 5 a 9).

La Frecuencia hace referencia al número de clases en los que se recuperó cada Concepto Estadístico, en la forma de un cuestionario práctico de autoevaluación y su correspondiente defensa.

Finalmente, se construyeron las siguientes variables:

- Intentos positivos por tema: la cantidad total de intentos de resolución de cada cuestionario práctico evaluativo, aprobados o no aprobados, realizados por los alumnos. No se incluyen los accesos en los cuales los alumnos no enviaron las respuestas.
- Intentos de superación por tema (intentos promocionados o aprobados): la cantidad de intentos de resolución de cada cuestionario práctico, habiendo obtenido la nota de aprobación con anterioridad.
- Nota promedio de cuestionario práctico por tema: el promedio de calificaciones (en un rango de 1 a 10) obtenido en cada cuestionario práctico.
- Nota promedio de cuestionario práctico sobre intentos aprobados por tema: a diferencia del ítem anterior, no se incluye en el promedio a las calificaciones en intentos desaprobados.
- Nota máxima por cuestionario práctico por tema: la máxima nota obtenida en cada cuestionario práctico por tema.
- Frecuencia por tema: el número de clases donde deliberadamente se realizó al menos una actividad de recuperación de los conceptos estadísticos a ser evaluados.

- Nota de evaluación por tema: el puntaje obtenido en la evaluación sorpresa de cada concepto estadístico.

Las variables “Intentos positivos por tema”, “Intentos de superación por tema”, “Nota promedio de cuestionario práctico por tema” y “Nota promedio de cuestionario práctico sobre intentos aprobados por tema” fueron propuestas como medidas de la motivación de los alumnos hacia la materia. Por ejemplo, se consideró que los alumnos tuvieron un mayor compromiso con el aprendizaje cuanto mayor fue el número de intentos de superación y mayor fue el promedio de cuestionarios aprobados, llegándose a observar alumnos con más de 10 intentos en cuestionarios ya aprobados. Por otro lado, un alto número de intentos con un promedio medio o bajo se asoció a dificultades para aplicar los conceptos tratados en clase.

Los conceptos estadísticos *Clasificación de variables aleatorias* y *Coefficiente de variación* (Tema 1) fueron recuperados a lo largo de 6 clases prácticas a través de preguntas o actividades de clase. El concepto *P-valor* fue recuperado a lo largo de 5 clases prácticas, mediante la resolución de ejercicios de inferencia paramétrica y no paramétrica. El resto de los conceptos estadísticos fueron recuperados únicamente a lo largo de la clase en la que fueron introducidos, pero no se recuperaron en clases subsiguientes.

Se construyó una matriz [27 x 25], con los valores escalados de las variables creadas por tema y alumno/a, excepto las frecuencias de recuperación, sobre la cual se realizó un análisis de componentes principales robustos con el método Hubert mediante la función `pcaHubert()` de la librería `{rrcov}` en R, para evaluar una posible asociación entre la cantidad de repeticiones en la resolución de ejercicios prácticos evaluativos y la calificación obtenida en la evaluación sorpresa.

Se realizó la prueba no paramétrica de Kruskal Wallis sobre la calificación obtenida por tema en la evaluación sorpresa, como respuesta a la frecuencia de recuperación. Para ello, se utilizaron las categorías de Frecuencia de la Tabla 2:

- Nivel 1: se realizaron recuperaciones de los conceptos estadísticos evaluados a lo largo de la clase en la que fueron introducidos, pero no se recuperaron en clases subsiguientes.
- Nivel 5: se realizaron recuperaciones del concepto estadístico evaluado a lo largo de 5 clases.
- Nivel 6: se realizaron recuperaciones del concepto estadístico evaluado a lo largo de 6 clases.

Momento 2

El estudio se realizó sobre el Grupo 2. A partir de los resultados obtenidos durante la evaluación diagnóstica realizada al Grupo 1, en la cátedra decidimos adoptar la técnica de recuperación de forma sistemática como estrategia pedagógica, complementando el enfoque de aprendizaje basado en la resolución de ejercicios. Es decir, cada tema o unidad curricular fue evaluado en dos instancias:

1. Un cuestionario práctico de auto-calificación en la plataforma Moodle, preguntas cerradas, sin restricciones en el número de intentos durante dos semanas luego de finalizada la clase correspondiente a cada tema, computándose la mayor nota obtenida.
2. Una instancia de defensa y validación del cuestionario práctico virtual.

Paralelamente, durante el desarrollo del curso, realizamos las siguientes actividades de recuperación:

- Cuestionarios prácticos de clase: los alumnos debían resolver un cuestionario práctico corto de auto-calificación sobre los temas visto durante en clase las veces necesarias hasta aprobarlo. Este cuestionario podía resolverse en forma individual o en grupos de dos alumnos.
- Cuestionarios prácticos evaluativos acumulativos, es decir, con preguntas vinculadas a temas trabajados en clases previas.
- Ping pong de preguntas no evaluativas: en dos momentos durante el desarrollo del curso, previos a la etapa de defensa presencial de las actividades prácticas, en clase les pedimos a los alumnos que cierren carpetas y apaguen celulares y computadoras. Luego, les proponíamos preguntas sobre todas las unidades vistas hasta ese momento y asignamos al azar a los estudiantes para que desarrollen la respuesta a cada pregunta, realizando una pequeña exposición hacia sus compañeros.
- Preguntas en clase: en cada clase se elegía al azar a uno o más alumnos, y se le/s pedía que explique/n a sus compañeros determinados conceptos estadísticos trabajados durante esa clase, necesarios para resolver los problemas planteados.
- Al inicio de la cursada se realizó un inventario forestal en un macizo boscoso ubicado en la Finca Experimental Emilio Navea, de la Facultad de Ciencias Agrarias de la UNJu, cuyos datos fueron utilizados para la realización de todos los trabajos prácticos de la cursada, lo que permitió vincular los diferentes análisis realizados a un mismo conjunto de datos.

La implementación de la recuperación durante esta segunda instancia fue diferente a la primera respecto de la frecuencia de recuperación. En este caso, el carácter acumulativo de los cuestionarios propició que todos los conceptos estadísticos evaluados sean revisitados en más de una ocasión.

Al finalizar el curso, los alumnos realizaron la misma evaluación sorpresa que el grupo evaluado en primera instancia. En esta instancia, comparamos la calificación obtenida en la evaluación sorpresa entre los alumnos de los Grupos 1 y 2 por medio de una prueba de comparaciones de medias no paramétrica.

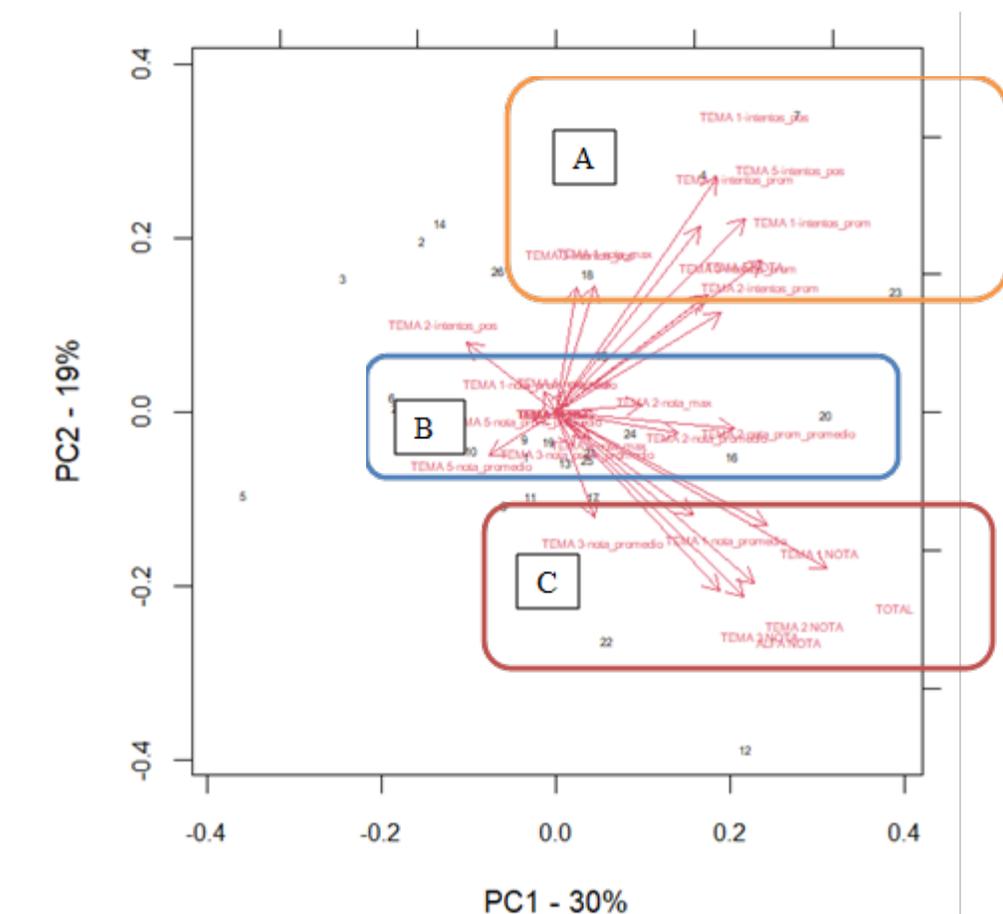
RESULTADOS

Momento 1

A continuación, se muestran los resultados de la evaluación diagnóstica (Solís, 2023):

Figura 1

Componentes principales de Hubert para el número de intentos positivos e intentos aprobados, y nota obtenida por tema en evaluación sorpresa



Nota. Elaboración propia.

Los componentes principales 1 y 2 del PCA de Hubert explicaron un 49% de la variabilidad total observada. El biplot correspondiente (Gráfico 1) muestra 3 regiones o agrupamientos de atributos:

- A. Número de intentos positivos e intentos de superación por tema.
- B. Notas obtenidas en ejercicios prácticos evaluativos.
- C. Nota obtenida en evaluación sorpresa.

Tabla 3

Media aritmética, Mediana (Me), rango intercuartílico (RI) y valor máximo (Máx.) de la nota (en escala 1 a 10) obtenida en la evaluación sorpresa realizada en el Momento 1 por frecuencia de recuperación

Frecuencia	Media	Me	RI	Máx.
1	0,5	0	1	2
5	0,8	0,5	0,75	2
6	0,6	0,5	0,75	1,75

Nota. Elaboración propia.

Tabla 4

Prueba Kruskal Wallis y Wilcoxon – Mann Whitney de la nota obtenida en evaluación sorpresa por frecuencia de recuperación

Prueba	Frecuencias	P - valor
Kruskal Wallis	Todas	0,003 (***)
W – MW	Frec. 1 – Frec. 5	0,012 (**)
(corrección de Holm)	Frec. 1 – Frec. 6	0,017 (**)
	Frec. 5 – Frec. 6	0,35

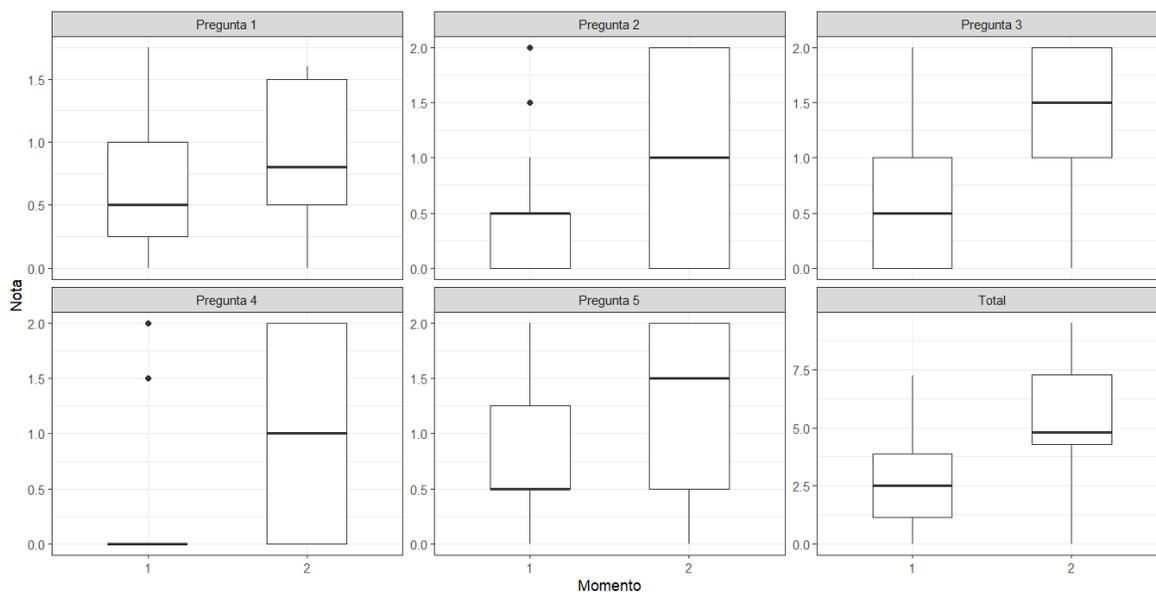
Nota. Elaboración propia.

A partir de la prueba no paramétrica de Kruskal Wallis, observamos diferencias significativas en la nota obtenida en la evaluación sorpresa según la frecuencia de recuperación. La prueba U (W – MW) muestra que existieron diferencias en la nota obtenida en la evaluación sorpresa, cuando se comparó la frecuencia 1 con las frecuencias 5 y 6. No observamos diferencias significativas cuando se compararon las frecuencias 5 y 6 entre sí, a pesar de que el nivel de dificultad de los conceptos estadísticos evaluados en cada caso fue diferente (Tabla 4).

Momento 2

Figura 2

Distribución de la calificación total y por temas obtenida por los grupos evaluados en los momentos 1 y 2



Nota. Elaboración propia.

Tabla 5

Medidas de resumen comparativas de los resultados obtenidos en la evaluación sorpresa por tema y grupo evaluado.

<i>Tema</i>	<i>Grupo</i>	<i>Media</i>	<i>Mediana</i>	<i>RI</i>	<i>Max</i>
<i>Pregunta 1</i>	<i>1</i>	<i>0,63</i>	<i>0,5</i>	<i>0,75</i>	<i>1,75</i>
	<i>2</i>	<i>0,88</i>	<i>0,8</i>	<i>1</i>	<i>1,6</i>
<i>Pregunta 2</i>	<i>1</i>	<i>0,44</i>	<i>0,5</i>	<i>0,5</i>	<i>2</i>
	<i>2</i>	<i>0,95</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>2</i>
<i>Pregunta 3</i>	<i>1</i>	<i>0,67</i>	<i>0,5</i>	<i>1</i>	<i>2</i>
	<i>2</i>	<i>1,41</i>	<i>1,5</i>	<i>1</i>	<i>2</i>
<i>Pregunta 4</i>	<i>1</i>	<i>0,28</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>2</i>
	<i>2</i>	<i>0,91</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>2</i>
<i>Pregunta 5</i>	<i>1</i>	<i>0,8</i>	<i>0,5</i>	<i>0,75</i>	<i>2</i>
	<i>2</i>	<i>1,23</i>	<i>1,5</i>	<i>1,5</i>	<i>2</i>
<i>Total</i>	<i>1</i>	<i>2,81</i>	<i>2,5</i>	<i>2,76</i>	<i>7,25</i>
	<i>2</i>	<i>5,38</i>	<i>4,8</i>	<i>3</i>	<i>9,5</i>

Nota. Elaboración propia.

Las medidas de tendencia central *media aritmética, mediana y valor máximo* de la calificación obtenida fueron superiores en el segundo grupo, tanto a nivel agregado como por temas evaluados. La variabilidad en términos de rango intercuartílico (RI) fue asimismo mayor en la calificación obtenida por el Grupo 2, posiblemente por tratarse de un grupo de menor tamaño.

La diferencia entre las medianas de la calificación fue significativa para los temas Distribución Binomial y Estadístico Z (preguntas 3 y 4), como así también para la calificación total (Tabla 6).

Tabla 6

Prueba de Wilcoxon – Mann-Whitney (U) del contraste de medianas de las calificaciones total y por temas entre grupos.

<i>Tema</i>	<i>W</i>	<i>P-valor</i>
<i>Pregunta 1</i>	<i>107.5</i>	<i>0,1893</i>
<i>Pregunta 2</i>	<i>103.5</i>	<i>0,1285</i>
<i>Pregunta 3</i>	<i>71.5</i>	<i>0,0105</i>
<i>Pregunta 4</i>	<i>91.5</i>	<i>0,0183</i>
<i>Pregunta 5</i>	<i>101.5</i>	<i>0,1263</i>
<i>Total</i>	<i>71.5</i>	<i>0,0138</i>

Nota. Elaboración propia.

Cabe acotar que el resultado agregado o calificación total de la evaluación tuvo una distribución simétrica aproximadamente normal (con un p-valor menor a 0,05 en la prueba de Shapiro Wilk) en ambos grupos, es decir, tuvo un comportamiento robusto y no se vio afectado por valores atípicos.

DISCUSIÓN

En la primera etapa de análisis, la disposición ortogonal en el espacio bidimensional de los grupos A y C, sugiere una falta de asociación entre el número de intentos positivos y el número de intentos de superación con respecto a la nota obtenida en la evaluación sorpresa, por tema (Gráfico 1), lo que indica que la cantidad de intentos realizados no necesariamente se traduce en un aprendizaje efectivo en el largo plazo o comprensión real de los conceptos estadísticos estudiados. Como excepción se puede mencionar la asociación entre el número de intentos positivos y la nota obtenida en la evaluación sorpresa del concepto estadístico del Tema 5, esta última localizada en la región del Grupo A. Asimismo, en términos generales, la calificación obtenida durante los ejercicios prácticos no estuvo asociada a la calificación obtenida durante la evaluación sorpresa. Esta información plantea interrogantes acerca de la suficiencia de las calificaciones parciales obtenidas por los alumnos como método de evaluación del proceso de aprendizaje de los alumnos, e insta a implementar un procedimiento de seguimiento de los alumnos más integral.

Por otra parte, la calificación obtenida en la evaluación sorpresa presentó valores centrales (media y mediana) mayores cuando se evaluaron conceptos tratados con una mayor frecuencia de recuperación. Además, presentaron un menor rango intercuartílico, lo que indica una mayor consistencia en los resultados traducida en una menor variabilidad central de las calificaciones (Tabla 3). La prueba no paramétrica “U” de Wilcoxon - Mann Whitney provee sustento estadístico a la hipótesis de que las calificaciones obtenidas en los conceptos con mayor frecuencia de recuperación fueron mayores a las obtenidas para conceptos no recuperados, pero no fueron estadísticamente diferentes entre sí (Tabla 4). A fin de verificar la validez de estas observaciones, se resolvió continuar con la evaluación del método de recuperación aplicado a un segundo grupo de análisis, lo cual se llevó a cabo en la segunda etapa de análisis.

Si bien las medianas de las calificaciones obtenidas en las preguntas 1, 2 y 5 por el Grupo 2 fueron mayores en comparación con el Grupo 1, estas diferencias no fueron significativas entre ambos grupos (Figura 2 y Tabla 6). Este resultado tiene relevancia dado que las preguntas 1 y 5 corresponden a los temas sobre los que se implementó la práctica de recuperación desde la primera etapa del estudio, lo que puede conducir a la formulación de la hipótesis de que su efectividad podría tener un valor intrínseco más allá de la metodología de enseñanza dentro del cual está incluido. La calificación final mediana fue significativamente mayor en el segundo grupo, lo cual es coherente con los resultados citados en la bibliografía consultada. De esta forma, se pudo corroborar empíricamente que la estrategia de la recuperación en estudiantes de bioestadística permite alcanzar mejoras significativas en la apropiación de conceptos estadísticos en comparación con enfoques tradicionales basados en la repetición de ejercicios, lo cual tiene potencial aplicación en entornos educativos similares.

Además de los resultados observados en las evaluaciones sorpresa, se observó que los estudiantes del Grupo 2 mostraron una mayor atención y participación en clase, como así también compromiso en las actividades de aprendizaje en comparación con el Grupo 1. Durante la validación presencial de las actividades prácticas, los alumnos del Grupo 2 desarrollaron sus exposiciones con mayor seguridad y solvencia para responder. Cabría preguntarse en qué medida estas diferencias pueden atribuirse a la implementación de la práctica de recuperación, y en qué medida a otros factores.

Dado que se trata de un estudio de caso, es conveniente considerar los alcances y limitaciones de las interpretaciones realizadas. En primer lugar, se debe reconocer que los resultados observados en esta instancia no debieran ser generalizables a otros contextos o grupos educativos por cuanto no provienen de un diseño experimental, y se trabajó con diferentes grupos humanos en ambas etapas de análisis. En este sentido, resulta evidente que es necesario continuar con las evaluaciones en la implementación de esta estrategia a fin de aislar variabilidad explicada por factores no controlados que podrían haber afectado los resultados, como la motivación, deseo de autosuperación y situaciones particulares, entre otros. Los efectos de estas variables no controladas pueden estar confundidos en mayor o menor medida con resultados observados y en las diferencias entre los grupos estudiados.

Por lo tanto, los resultados de este estudio deben ser interpretados como hipótesis que requieren ser validadas a través de investigaciones adicionales y repeticiones en otros grupos. No obstante, los resultados han sido coincidentes con las experiencias descritas en otros trabajos de investigación sobre la recuperación, y por tanto constituye una estrategia prometedora que puede ser incluida dentro del diseño de entornos educativos que favorezcan la alfabetización estadística.

CONCLUSIÓN

Los resultados obtenidos en este trabajo sugieren que la práctica de recuperación o *retrieval* es una estrategia efectiva para mejorar el aprendizaje y la retención de conceptos estadísticos, sobre todo si se realiza un diseño estructurado para su implementación en la enseñanza/aprendizaje de bioestadística. El uso de herramientas y recursos TIC como la plataforma Moodle, la librería {exam} de R y los aplicativos de GeoGebra contribuyeron a diversificar el banco de preguntas y construir algunas variables explicativas para analizar los efectos de esta metodología. Estos hallazgos proporcionan una base para futuras investigaciones y para la implementación de prácticas pedagógicas centradas en el recuerdo activo, con el objetivo de fortalecer el aprendizaje a largo plazo. Sin embargo, consideramos necesario continuar con los análisis para determinar si estos resultados son estadísticamente significativos con base en un mayor número de alumnos para aislar un posible efecto grupo y analizar si la estrategia de recuperación influyó en la participación y seguridad de los estudiantes al momento de realizar las actividades.

REFERENCIAS

- Agarwal, P., & Bain, P. (2019). *Powerful Teaching: Unleash the Science of Learning*. Jossey-Bass.
- Agarwal, P., Roediger, H., McDaniel, M., & McDermott, K. (2020). *How to use retrieval practice to improve learning*. Washington University in St. Luis.
- Behar Gutiérrez, R. y Grima Cintas, P. (2004). La estadística en la educación superior ¿Formamos pensamiento estadístico? *Ingeniería y competitividad*, 5(2), 84–90. <https://doi.org/10.25100/iyc.v5i2.2299>
- Bransford, J., Brown, A. L., & Cocking, R. R. (2000). *How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School: Expanded Edition*. National Academy Press, Washington, USA.
- Brown, P., Roediger, H., & McDaniel, M. (2014). *Make it stick: the science of successful learning*. The Belknap Press of Harvard University Press.
- Carpenter, S., & Agarwal, P. (2020). *How to use spaced retrieval practice to boost learning*. Iowa State University.

- Estrella, M. S. (2014). Un imperativo moral: La enseñanza de la estadística no puede dejarse al azar. I Encuentro colombiano de educación estocástica. Uniandes Colombia. <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/un-imperativo-moral-la-ensenanza-de-la-estadistica-no-puede-dejarse-al-azar/>
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing Students' Statistical Reasoning: Connecting research and teaching practice*. Springer, Netherlands.
- Kapur, M. (2013). Productive Failure in Learning Math. *Cognitive Science*, 38(5), 1008–1022.
- Karpicke, J. D. (2012). Retrieval-based learning: Active retrieval promotes meaningful learning. *Current Directions in Psychological Science*, 21(3), 157–163. <https://doi.org/10.1177/0963721412443552>
- Karpicke, J. (2017). *Retrieval-Based Learning: A Decade of Progress*. Elsevier. Purdue University.
- Klahr, D., & Nigam, M. (2004). The equivalence of learning paths in early science instruction: effects of direct instruction and discovery learning. *Psychological Science*, 15(10). <https://doi.org/10.1111/j.0956-7976.2004.00737.x>
- Hun Lim, S., Peng Ng, G. J., & Hao Wong, G. Q. (2015). Learning psychological research and statistical concepts using retrieval-based practice. *Frontiers in Psychology*, 6. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.01484>
- Lang, J. (2021). *Small Teaching*. 2 Ed. John Wiley & Son.
- Lyle, K. B., & Crawford, N. A. (2011). Retrieving essential material at the end of lectures improves performance on statistics exams. *Teaching of Psychology*, 38(2), 94–97. <https://doi.org/10.1177/0098628311401587>
- Marson, S. M. (2007). Three Empirical Strategies for Teaching Statistics. *Journal of Teaching in Social Work*, 27(3/4), 199-213.
- Petrosino, J. (2000). *¿Cuánto duran los aprendizajes adquiridos?* Ediciones Novedades Educativas. Centro de Publicaciones Educativas y Material Didáctico
- Solís, J. (2023). Avance de investigación sobre la recuperación como estrategia pedagógica para la enseñanza de bioestadística en alumnos la Facultad de Ciencias Agrarias de la Universidad Nacional de Jujuy. *Jornadas Latinoamericanas de investigación en Educación estadística*. Universidad Nacional del Litoral.

Comprensión de problemas de inferencia mediante la vinculación de conceptos probabilísticos y estadísticos en ingeniería

Understanding inference problems by linking probabilistic and statistical concepts in engineering

Stella Marís Figueroa¹ y María Andrea Aznar²

¹Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina (stefigueroa@abc.gob.ar) y ²Universidad Nacional Mar del Plata, Argentina (maznar@fe.mdp.edu.ar)

Cómo citar este artículo:

Marís Figueroa, S. y Aznar, M. A. (2024) Comprensión de problemas de inferencia mediante la vinculación de conceptos probabilísticos y estadísticos en ingeniería. *Educación y ciencia*, 13(61), 71-89.

Recibido: 28 de noviembre de 2023 | Aceptado: 14 de junio de 2024 | Publicado: 15 de julio de 2024

Resumen

En este trabajo se describe un análisis sobre la resolución comprensiva de problemas de inferencia estadística en estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina. Se estudiaron las producciones de 95 estudiantes relativas a un problema de prueba de hipótesis, utilizando como marco teórico el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemáticos. El objetivo es verificar si los estudiantes establecieron la relación entre conceptos probabilísticos y estadísticos para resolver problemas de inferencia estadística. La resolución comprensiva de los problemas de pruebas de hipótesis es descrita en términos de diez funciones que vinculan significados. En el análisis del establecimiento de estas funciones se encontraron conflictos de significados en la identificación del parámetro, en el reconocimiento de su estimador insesgado y en su distribución, en la comprensión del supuesto de normalidad en el problema y dificultades referidas a la ubicación de la zona crítica por el planteamiento erróneo de las hipótesis. Se propone generar una estrategia didáctica, para la resolución comprensiva de problemas de inferencia estadística, que apunte a construir el establecimiento de estas funciones y considere los conflictos encontrados para el diseño de actividades específicas.

Palabras clave: inferencia estadística; ingeniería; comprensión; teoría de probabilidades; estadística

Abstract

In this communication, an analysis of the comprehensive resolution of statistical inference problems in students from the Faculty of Engineering at the National University of Mar del Plata, Argentina, is described. The productions of 95 students regarding a hypothesis testing problem were studied using the Ontosemiotic Approach to Mathematical Knowledge and Instruction as the theoretical framework. The objective is to verify whether the students established the relationship between probabilistic and statistical concepts to solve problems in statistical inference. The comprehensive resolution of hypothesis testing problems is described in terms of ten functions that link meanings. In the analysis of the establishment of these functions, conflicts of meanings were found in the identification of the parameter, in the recognition of its unbiased estimator and its distribution, in the

understanding of the assumption of normality in the problem, and difficulties related to the location of the critical region due to the incorrect formulation of hypotheses. A didactic strategy is proposed to generate a comprehensive resolution of statistical inference problems that aims to build the establishment of these functions and considers the conflicts encountered for the design of specific activities.

Keywords: statistical inference; engineering; comprehension; probability theory; statistics

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, el avance de la tecnología y de la ciencia de los datos pone en evidencia la cantidad de información diaria que se debe interpretar y utilizar. Este crecimiento desmedido del desarrollo tecnológico produce cambios importantes en una sociedad que requiere de un ciudadano y un profesional capaz de adaptarse a esta realidad para comprender, interpretar y analizar la información de su entorno.

En este contexto, la Asociación Iberoamericana de Instituciones de Enseñanza de la Ingeniería (ASIBEI) con el Consejo Federal de Decanos de Ingeniería (CONFEDI) de Argentina, seleccionan un modelo educativo que marca un cambio de enfoque al considerar una enseñanza por competencias. Las competencias apuntan a capacidades complejas e integradas, están relacionadas con saberes, se vinculan con el saber hacer, están expresadas en el contexto profesional, y permiten incorporar la ética y los valores (CONFEDI, 2016).

Un aporte de la formación estadística a la construcción de la competencia genérica de identificar, formular y resolver problemas de ingeniería está dado en la aplicación del razonamiento estadístico a través del análisis e interpretación de la información y en la toma de decisiones. De esta manera, se da sentido a los objetos estadísticos intervinientes en su aprendizaje y se desarrolla el espíritu crítico al leer e interpretar a través de los datos y más allá de los mismos.

Por lo anterior, este trabajo busca propiciar el desarrollo del razonamiento estadístico definido por Wild y Pfannkuch (1999) con cuatro dimensiones:

- A. El ciclo de investigación: serie de pasos a seguir desde el planteo de un problema estadístico hasta su resolución.
- B. Los modos fundamentales de razonamiento estadístico: reconocer la necesidad de los datos, la transnumeración, la percepción de la variación, el razonamiento con modelos estadísticos, la integración de la estadística y el contexto.
- C. El ciclo de interrogación, aplicado a nivel global y en cada paso, es la búsqueda y comprobación de explicaciones o hipótesis desde los datos, los análisis realizados o los resultados.
- D. Una serie de actitudes, como el escepticismo, la apertura mental, la perseverancia, y el espíritu crítico.

Todas estas dimensiones son interdependientes si se utiliza la estadística como metodología de investigación. Desde las preguntas iniciales que indican el aspecto central del problema, la definición de las variables, la búsqueda y comprobación de explicaciones o hipótesis desde los datos, el estudio de la fiabilidad de los mismos, los análisis estadísticos

realizados, los resultados obtenidos, hasta la obtención de conclusiones para la toma posterior de decisiones.

Los modos fundamentales de razonamiento estadístico (datos, transnumeración, variación, modelos, integración del contexto) no están aislados y forman parte de las ideas fundamentales de la estadística. Al respecto, el estudio de Meyer et al. (2008) plantea el análisis de contenido de ideas estadísticas fundamentales para la enseñanza y aprendizaje de la Inferencia Estadística Paramétrica (IEP). El trabajo está dirigido a las carreras de las Ciencias Sociales, pero las ideas fundamentales coinciden con las implementadas en un curso introductorio de Estadística para ingenieros: Variabilidad, Frecuencias Empíricas y Frecuencias Teóricas, Población Estadística, Muestra al Azar, Incertidumbre vs. Determinismo, Técnicas Empíricas vs. Métodos Matemáticos. Los autores también reafirman el concepto de la naturaleza de la Inferencia Estadística, dada por diferenciar el “conocer” del “saber hacer” y/o del “saber cómo hacer”.

En este trabajo, se utilizan las ideas fundamentales mencionadas para abordar las dificultades relativas a la comprensión de la inferencia estadística, haciendo explícita la vinculación entre algunos conceptos definidos en la teoría de probabilidades y el sentido de su utilización en estadística, para la resolución comprensiva de problemas de inferencia.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la enseñanza de la inferencia estadística, la cantidad de conceptos involucrados y la abundancia de fórmulas utilizadas, forman una parte importante de la dificultad de su enseñanza. Asimismo, la no vinculación de conceptos estadísticos con la metodología estadística aleja a los futuros ingenieros del pensamiento crítico, porque el mismo se desarrolla con la interpretación de la información estadística. En esta línea de razonamiento, Batanero (2013) sugiere tres componentes que definen el *sentido estadístico*:

- A. La comprensión de las ideas estadísticas fundamentales, que han contribuido al desarrollo de la estadística.
- B. La competencia de análisis de datos.
- C. El razonamiento a partir de los datos, para realizar inferencias de muestras a poblaciones y/ o tomar decisiones acertadas en situaciones inciertas.

Considerar estas componentes que definen el sentido estadístico, aporta sentido a los numerosos objetos estadísticos utilizados en inferencia estadística y hace participar a los estudiantes en el ciclo de investigación, desarrollando el pensamiento crítico.

En esta propuesta, para que el estudiante les dé sentido y significado a los objetos estadísticos involucrados, es necesario que utilice simultáneamente conceptos y fórmulas implicadas en el contexto probabilístico y estadístico. Para ello se establece un paralelismo entre ambos contextos: un “antes” y un “después” de la experimentación, y se definen conceptos en cada uno de ellos para relacionarlos entre sí. En esta vinculación es fundamental, a partir de un problema de inferencia, la interpretación que el estudiante le dé a los valores de una variable estadística, tomados en una muestra, como algunos de los valores posibles que toma su variable aleatoria asociada en el contexto probabilístico.

En consecuencia, el objetivo de este trabajo es verificar si los estudiantes establecieron la relación entre conceptos probabilísticos y estadísticos para resolver en forma comprensiva problemas de pruebas de hipótesis.

REVISIÓN DE LITERATURA

Las dificultades sobre el aprendizaje de la inferencia estadística no son sencillas de resolver. Al respecto, existe numerosa bibliografía referida a los errores cometidos por los estudiantes en pruebas de hipótesis, como muestra el trabajo de Terán y Ciminari (2019) y pueden resumirse en la siguiente clasificación de errores con sus respectivos porcentajes:

Tabla 1

Errores cometidos por los estudiantes en pruebas de hipótesis

	%
Planteo incorrecto de las hipótesis nula y alternativa	24,2
Confusión entre parámetro y estadístico	18,9
Elección y/o escritura incorrecta del estadístico de prueba	8,3
Error en los cálculos	3,7
Búsqueda errónea del valor de tabla	11,3
Error en la elección de la distribución de probabilidad	4,5
Incorrecta regla de decisión del test de hipótesis	21,2
Interpretación errónea de la situación problemática	33,5
Mal empleo de la región de rechazo, error de tipo I y II	7,5

Nota. Elaborado con base en Terán y Ciminari (2019).

Sobre la comprensión de las distribuciones muestrales, el estudio de Retamal (2013), en consonancia con Inzunza (2017), describen que la dificultad para los estudiantes en la comprensión del tema está dada por la cantidad de conceptos asociados, los diferentes tipos de lenguajes y representaciones, propiedades, procedimientos y argumentos utilizados. Inzunza destaca que, al menos hasta hace unos años en el nivel superior, se aplica el enfoque de una enseñanza formal deductiva, que requiere una apropiada comprensión de conceptos de estadística y probabilidad, tales como población, parámetro, estadístico, muestreo aleatorio, variables aleatorias y distribuciones de probabilidad. El autor señala que el lenguaje matemático utilizado está fuera del alcance de muchos estudiantes, aunque apliquen fórmulas y procedimientos para resolver un problema, no todos logran comprender el proceso utilizado y los conceptos aplicados en una inferencia.

Wild y Pfannkuh (2004) señalan que, para la comprensión de las distribuciones muestrales, una condición necesaria es apropiarse de las ideas fundamentales de distribución y variabilidad, ya que esos conceptos surgen en forma natural en el análisis de datos previo a los conceptos de inferencia.

Al respecto, Alvarado et al. (2013) realizan una descripción de investigaciones sobre la comprensión de distribuciones muestrales con el uso de recursos informáticos y destacan las dificultades encontradas: Inzunza (2007) y Chance et al. (2007), Batanero et al. (2001),

del Mas et al. (2004), Inzunza (2006) Retamal et al. (2007), Ramírez (2008) y Olivo y Batanero (2007). Estos autores enumeran errores frecuentes o analizan el significado de las distribuciones muestrales mediante un software y sugieren que, si bien la tecnología no es suficiente para su comprensión, es necesario que se efectúen simulaciones de distribuciones empíricas utilizando un enfoque frecuencial y consideran conveniente dar un rol a la enseñanza de tipo constructivista, donde se desarrollen las representaciones gráficas y algebraicas en simulaciones según el tipo de variable aleatoria. Si bien este recurso contribuye a una enseñanza contextualizada de la estadística, los errores de los estudiantes surgen por la comprensión superficial de conceptos relativos a la inferencia, a la simbología utilizada y a la confusión entre distribuciones experimentales y teóricas, entre los más destacados.

Otra dificultad encontrada en la enseñanza de la estadística en ingeniería está detallada en el trabajo de Rocha Salamanca et al (2016), quienes describen en sus conclusiones, que la evaluación que administran los profesores sobre los conceptos estadísticos más importantes para evaluar el proceso de formación de los estudiantes de ingeniería, está relacionada a una enseñanza tradicional, alejada de una construcción colectiva de conocimientos, con problemas cerrados que no permiten un acercamiento con la metodología científica. Estos autores alegan que la no vinculación con la ciencia, los aleja también de lo tecnológico y social, no permitiendo que los futuros ingenieros desarrollen un pensamiento crítico en la interpretación de la información estadística.

Afortunadamente, esta desvinculación no se ve reflejada en el trabajo de Mantilla (2019). En este estudio se implementa una secuencia didáctica basada en la metodología de la enseñanza de la estadística a través de proyectos, de Batanero y Díaz (2011). Considera como referentes teóricos para el razonamiento estadístico a Wild y Pfannkuch (1999) y para el pensamiento crítico, a Ennis (2005). El pensamiento crítico, para este autor, es “un pensamiento racional y reflexivo interesado en qué hacer o creer acerca de algo” (p. 44). A partir de esta definición y con una clasificación de la disposición y habilidades del pensamiento crítico ideal que detalla en su trabajo, Mantilla (2019) señala que el pensamiento crítico puede entenderse como una reflexión que considera fuentes de información y saberes, con la intención de resolver un problema que exige la toma de decisiones o una postura crítica. Considerando esta información de base, se plantean deducciones, inducciones y juicios de valor que pretenden validar decisiones y justificar los puntos de vista propios o ajenos, según el caso. Como puede observarse, Mantilla propone el desarrollo del pensamiento crítico a través de la enseñanza de la estadística con proyectos, perspectiva a la que se adhiere en este trabajo.

MARCO TEÓRICO

El estudio utiliza el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS). (Godino et al., 2009) el cual aporta herramientas teóricas y metodológicas.

El EOS considera a la Matemática en su triple aspecto: como actividad de resolución de problemas socialmente compartida, como lenguaje simbólico y como sistema conceptual

lógicamente organizado. En este enfoque, una práctica matemática se define como cualquier acción, expresión o manifestación (lingüística o de otro tipo) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar la solución obtenida a otras personas, validar y generalizar esa solución a otros contextos (Godino et al., 2009).

A partir del concepto de “práctica matemática” surge la noción de significado, definido como “el sistema de prácticas operativas y discursivas para resolver un cierto tipo de problemas” (Godino et al., 2007, p.7). En los casos en que el significado se atribuye a un individuo, se considera un significado personal, mientras que, si el significado es compartido por un grupo de individuos en el seno de una institución, se lo considera un significado institucional.

En este contexto, el aprendizaje es entendido como la apropiación de los significados institucionales por parte del alumno, a través de su participación en las comunidades de prácticas (Godino et al., 2007; Godino et al., 2009). Dado que puede no existir concordancia entre los significados otorgados por los distintos actores que intervienen en los procesos de enseñanza y aprendizaje, se generan diferencias que dan lugar a lo que bajo este enfoque se denomina conflicto semiótico. Un conflicto semiótico es cualquier disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones).

Debido al rol preponderante que juegan los objetos, el EOS considera que el problema epistémico-cognitivo no puede desligarse del ontológico. Así, la tipología de objetos primarios, u objetos de primer orden, está constituida por:

- Situaciones-problemas: aplicaciones extra-matemáticas, ejercicios,
- Elementos lingüísticos: términos, expresiones, notaciones, gráficos, en diversos registros (escrito, oral, gestual, etc.).
- Conceptos-definiciones: introducidos mediante definiciones o descripciones (experimento aleatorio, suceso, frecuencia relativa, probabilidad, media, variable aleatoria, etc.).
- Propositiones: enunciados sobre conceptos.
- Procedimientos: algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo.
- Argumentos: enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos. (Godino et al., 2007).

Las seis entidades primarias postuladas no son objetos aislados, sino que se vinculan entre sí: las situaciones-problemas son el origen y motivación de la actividad, el lenguaje actúa como soporte para representar a las restantes entidades y sirve de instrumento para la acción, los argumentos justifican los procedimientos y las proposiciones que, juntamente con las definiciones, resuelven las situaciones-problemas. Estas relaciones entre los objetos primarios determinan las configuraciones, definidas como “las redes de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas y las relaciones que se establecen entre los mismos” (Godino et al., 2009, p. 8). En los casos en que estas redes se refieren a acciones representativas de la institución y acordes a ella, se denominan configuraciones epistémicas. Paralelamente, las configuraciones cognitivas, son aquellas que describen los sistemas de práctica personales. (Godino et al., 2009). Tanto los sistemas de prácticas como las configuraciones (epistémicas y cognitivas) se proponen como herramientas teóricas para

describir los conocimientos matemáticos, en su doble versión, institucional y personal (Godino y Batanero, 1994).

Todos los elementos que conforman las configuraciones pueden ejercer el rol de expresión o contenido de *funciones semióticas*.

Una función semiótica es el proceso mediante el cual se crea un significado al vincular una expresión con un contenido. Esta función es establecida por un sujeto (persona o institución) de acuerdo con un cierto criterio o regla de correspondencia. De esta forma, la función semiótica destaca el carácter esencialmente relacional de la actividad matemática y sirve para explicar algunas dificultades y errores de los alumnos, dado que los conflictos que les causan equivocaciones no resultan de su falta de conocimientos, sino que son producto de no haber relacionado adecuadamente los dos términos de una función semiótica (Godino et al., 2009).

METODOLOGÍA

Se llevó a cabo una investigación de naturaleza descriptiva y explicativa en el sentido que pretende analizar información relativa a los conflictos semióticos encontrados en los estudiantes en la resolución comprensiva de problemas de pruebas de hipótesis y explicar la causa de estos.

Se aplicó una estrategia de enseñanza durante el proceso de instrucción que proporciona al estudiante vinculaciones entre los conceptos probabilísticos y estadísticos donde se establecen diez funciones semióticas para la resolución comprensiva de problemas de pruebas de hipótesis. En el problema propuesto, se pretende que el estudiante defina y clasifique la variable de estudio, identifique el parámetro en cuestión, plantee las hipótesis estadísticas vinculadas a ese parámetro de acuerdo con los datos del problema y además, pueda relacionarlo con su estadístico o estimador asociado. También se espera que el estudiante vincule el estimador con el estadístico de prueba y con su distribución de muestreo. Posteriormente, se pretende que marque la zona crítica (zona de rechazo de la hipótesis nula) a partir de encontrar el valor crítico según el nivel de significación dado. En ese punto del desarrollo de la actividad, el estudiante debe utilizar los datos del problema para el cálculo del valor observado de la muestra dada y decidir si rechaza o no la hipótesis nula, con la interpretación, justificación y conclusión correspondiente.

Participantes

Los datos se extrajeron de las producciones escritas realizadas por 95 estudiantes entre 19 y 21 años, con un 60 % aproximado de género masculino. La asignatura donde se realizó el estudio es Estadística Básica, de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata. La misma se cursa en el 2do año del plan de estudios, correspondiente al 5to cuatrimestre de la mayoría de las carreras de ingeniería.

Procedimientos

En una primera fase del estudio, se realizó una *configuración epistémica del problema*, para poner de manifiesto el modo en que se articulan los objetos primarios involucrados en la actividad matemática propuesta. En la configuración se especificaron las *definiciones o conceptos*, separando la teoría de probabilidades de la estadística. En este objeto matemático se muestra la estrategia de una enseñanza simultánea de la estadística y probabilidad estableciendo un vínculo entre ambas a partir de la identificación del experimento aleatorio del problema, para analizarlo antes (teoría de probabilidades) y después de efectuarlo (estadística). Esta vinculación entre el antes y el después es el elemento central en esta propuesta didáctica y facilita el establecimiento de las funciones semióticas que serán definidas en la metodología de resolución comprensiva del problema.

En una segunda fase se analizaron las *configuraciones cognitivas* de las resoluciones de los alumnos. Los elementos de estas se contrastaron con los de la configuración epistémica. A partir de esta contrastación se identificaron los conflictos semióticos presentes en las resoluciones de los estudiantes al no establecer las funciones semióticas correspondientes.

Metodología de resolución comprensiva del problema

Para lograr una resolución comprensiva en problemas de inferencia, en este caso de pruebas de hipótesis, la metodología de resolución consiste en el establecimiento de las siguientes funciones semióticas:

F₁: Asigna la correspondencia entre los datos del problema con la identificación de la variable.

F₂: Identifica la característica que se quiere estudiar del problema (en este caso la variabilidad) con un parámetro adecuado para ello.

F₃: Identifica el estadístico o estimador asociado a dicho parámetro según la información dada en el problema.

F₄: Plantea las hipótesis nula y alternativa en coherencia con la información del problema.

F₅: Asigna la correspondencia entre el estadístico asociado al parámetro y a su distribución de muestreo.

F₆: Justifica los supuestos de normalidad en el problema.

F₇: Establece la zona crítica a partir del gráfico de la distribución del estadístico y del valor crítico obtenido según el nivel de significación.

F₈: Establece el valor observado resultante del cálculo obtenido por la fórmula de estandarización del estadístico.

F₉: Compara el valor crítico con el observado y decide respecto de la hipótesis nula.

F₁₀: Elabora una conclusión coherente a la decisión tomada y responde al problema planteado.

Variables e instrumentos intervinientes

Variables: *Funciones Semióticas* F₁, F₂, F₃, F₄, F₅, F₆, F₇, F₈, F₉ y F₁₀, definidas en el apartado anterior.

El instrumento para evaluar las funciones semióticas establecidas se presenta en el apartado de resultados, en la Tabla1, y se cuenta, para cada función semiótica asociada a cada parte del enunciado del problema, el porcentaje de estudiantes que las lograron establecer.

Configuración epistémica

Figura 1

Configuración epistémica del problema

OBJETOS PRIMARIOS	Objetos matemáticos y significados en la situación.	
Situación-Problema	<p><i>Enunciado</i> En un proceso de fabricación de piezas de metal, se desea mantener una variabilidad baja en el diámetro de estas. En concreto, se espera que la desviación estándar en el diámetro no supere los 0,07mm. Para ello se adquirió una maquinaria de alta tecnología que asegura cumplir con este requisito. Se asume que el diámetro de las piezas de metal sigue una distribución normal. Una vez puesta en marcha la máquina, se toma una muestra de la producción, obteniendo los siguientes valores de diámetro (en mm): 4,99 5,17 5,14 5,02 5,06 4,95 5,17 5,14 5,06 5,12</p> <p>1. Defina y clasifique la variable estadística bajo estudio. 2. Indique cuál es el parámetro poblacional involucrado en el problema. 3. En base a su elección, determine el estadístico asociado al parámetro y su distribución. ¿por qué es necesario que los datos se distribuyan normalmente? b) Con un nivel de significación de 0.05, ¿existe evidencia suficiente para indicar que la maquinaria no cumple con lo solicitado? Realizar la prueba de hipótesis correspondiente y justificar.</p>	
Lenguaje	<p>- Coloquial o verbal: enunciado del problema. - Simbólico: expresión del parámetro y de su estimador. Estadístico asociado al parámetro. Hipótesis nula y alternativa. - Gráfico: Representación de la distribución del estadístico asociado al parámetro. Ubicación de la zona crítica y de rechazo de la hipótesis nula. - Numérico: Estadísticos descriptivos. Valores observados calculados.</p>	
Conceptos o definiciones con la aplicación de la estrategia didáctica	Experimento aleatorio: Medir el diámetro de piezas de metal de un proceso de fabricación.	
	Teoría de probabilidades Antes del experimento aleatorio	Estadística Después del experimento aleatorio
	<p>Variable aleatoria Es una función entre el espacio muestral S S (Conjunto de resultados posibles del experimento aleatorio) y el conjunto de los números reales. Para este caso: Medir el diámetro de piezas de metal de un proceso de fabricación, la variable aleatoria X es “la longitud del diámetro de cada pieza”. A cada resultado posible, es decir, a cada medición del diámetro, se le asigna un número real dentro de cierto intervalo. Distribución de probabilidades Es un modelo teórico que describe la forma en que varían los resultados de un experimento aleatorio, es decir, da todas las probabilidades de todos los posibles resultados que</p>	<p>Variable estadística Es la característica de interés que debe ser estudiada. En este caso, está dada por el conjunto de valores que se tomaron durante la medición: es la longitud del diámetro, en mm, de cada pieza de metal, producida en ese lugar. Distribución de frecuencias relativas La distribución de frecuencias es la forma en la que un conjunto de datos se clasifica en distintos grupos excluyentes entre sí. La cantidad de observaciones que pertenecen a cada grupo es la frecuencia absoluta de ese grupo. Es la frecuencia relativa si a la frecuencia absoluta se la divide por el tamaño de la muestra.</p>

<p>por las funciones semióticas así definidas)</p>	<p>F₃: Identifica el estadístico o estimador asociado a dicho parámetro. F₄: Plantea las hipótesis nula y alternativa en coherencia con la información del problema. F₅: Asigna la correspondencia entre el estadístico asociado al parámetro y a su distribución de muestreo. F₆: Justifica los supuestos de normalidad en el problema. F₇: Establece la zona crítica a partir del gráfico de la distribución del estadístico y del valor crítico obtenido según el nivel de significación. F₈: Establece el valor observado resultante del cálculo obtenido por la fórmula de estandarización del estadístico. F₉: Compara el valor crítico con el observado y decide respecto de la hipótesis nula. F₁₀: Elabora una conclusión coherente a la decisión tomada y responde al problema planteado.</p>
<p>Argumentos</p>	<p>La distribución de la población debe ser normal para trabajar con el estadístico Chi- cuadrado, ya que la muestra aleatoria hereda las mismas características y distribución de la población y Chi- cuadrado es una suma de variables normales estandarizadas al cuadrado. Si reemplazamos</p> $S^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2 / n - 1$ $S^2 = \sum x_i^2 - n\bar{x}^2 / n - 1$ <p>en</p> $\chi^2_{n-1} = \frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{\sigma^2}$ <p>queda una suma de variables normales estandarizadas al cuadrado. Por definición, es el estadístico Chi-cuadrado. Por lo que S^2 tiene distribución</p> $\chi^2_{n-1} = \frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{\sigma^2}$ <p>El establecer una hipótesis sobre un parámetro, supone dividir los posibles valores del parámetro en dos grupos disjuntos tales que unos son hipotéticamente ciertos y los otros no lo son. A la hipótesis que se desea contrastar se la denomina "hipótesis nula", siendo el valor o valores que hipotéticamente consideramos reales. Dicha hipótesis viene expresada como H₀. En consecuencia, se establece la denominada "hipótesis alternativa" (H₁) hipótesis del investigador, compuesta ésta por el valor o valores complementarios a los de la hipótesis nula, son los que, en principio, no consideramos cómo hipotéticamente reales.</p>

Nota. Elaboración propia.

RESULTADOS

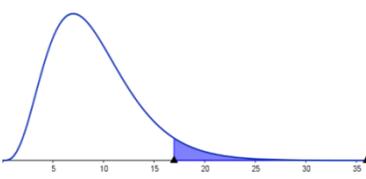
A continuación, se expone la Tabla 2, en la cual se muestra, para cada función semiótica asociada a cada parte del enunciado del problema, el porcentaje de estudiantes que las lograron establecer.

Tabla 2

Porcentaje de estudiantes que lograron establecer las funciones semióticas que contribuyen a la resolución comprensiva del problema

PARTES DEL ENUNCIADO DEL PROBLEMA	FUNCIONES SEMIÓTICAS INVOLUCRADAS	SIGNIFICADOS INSTITUCIONALES	% DE ESTUDIANTES
Defina y clasifique la variable estadística bajo estudio.	F ₁ : Asigna la correspondencia entre los datos del problema con la identificación de la variable.	X: "longitud del diámetro, en mm, de cada pieza de metal, producida en ese lugar."	F ₁ 77%

Indique cuál es el parámetro poblacional involucrado en el problema. F₂: Identifica la característica que se quiere estudiar del problema (en este caso la variabilidad) con un parámetro adecuado para ello. Parámetro: σ^2 (varianza poblacional) F₂ 44%

PARTES DEL ENUNCIADO DEL PROBLEMA	FUNCIONES SEMIÓTICAS INVOLUCRADAS	SIGNIFICADOS INSTITUCIONALES	% DE ESTUDIANTES
En base a su elección, determine el estadístico asociado al parámetro	F ₃ : Identifica el estadístico o estimador asociado a dicho parámetro	Estadístico o estimador: S^2 (varianza muestral)	F ₃ 26%
Realizar la prueba de hipótesis correspondiente y justificar.	F ₄ : Plantea las hipótesis nula y alternativa en coherencia con la información del problema.	$\left(\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right) H_0 : \sigma^2 \leq 0,072 \quad H_1 : \sigma^2 > 0,072$ $2 \quad H_1 : \sigma^2 > 0,072$	F ₄ 24%
En base a su elección, determine el estadístico asociado al parámetro y su distribución. ¿por qué es necesario que los datos se distribuyan normalmente?	F ₅ : Asigna la correspondencia entre el estadístico (S^2) asociado al parámetro σ^2 y a su distribución de muestreo: χ^2_{n-1}		F ₅ 59%
Utiliza un nivel de significación de 0.05	F ₆ : Justifica los supuestos de normalidad en el problema.	$\chi^2_{n-1} \chi_{n-12}$ $=$ $(n-1).S^2 \sigma^2 \quad \chi^2_{c=16,959} \quad (n-1).S^2 \sigma^2 \quad \chi^2_{c=16,959}$	F ₆ 20%
	F ₇ : Establece la zona crítica a partir del gráfico de la distribución del estadístico y del valor crítico obtenido según el nivel de significación.	<p>La distribución de la población debe ser normal para trabajar con el estadístico Chi-cuadrado. (que es una suma de variables normales estandarizadas al cuadrado.)</p>	F ₇ 43%

Realizar la prueba de hipótesis correspondiente y justificar.	F ₈ : Establece el valor observado dado por el cálculo obtenido en la especialización del estadístico.	$n=10$ $\bar{x}=5,082$ $n=10$ $s=5,082$	$S^2=\sum (x_i-\bar{x})^2/n-1=0,00604$ $S^2=\sum x_i^2/n-2n-1=0,00604$	$\chi^2_{ob}=9,00640,072=11,09$ $\chi^2_{ob}=9,00640,072=11,09$	F ₈ 40%
Realizar la prueba de hipótesis correspondiente y justificar.	F ₉ : Compara el valor crítico con el observado y decide respecto de la hipótesis nula.	$\chi^2_{ob}=11,09 < \chi^2_c=16,959$	$\chi^2_{ob}=11,09 < \chi^2_c=16,959$		F ₉ 50%
		No se rechaza Ho			
¿Existe evidencia suficiente para indicar que la maquinaria no cumple con lo solicitado?	F ₁₀ : Elabora una conclusión coherente a la decisión tomada y responde al problema planteado.	No existe evidencia muestral suficiente para afirmar que la máquina no cumple con lo solicitado, al nivel de significación de 0,05. [Text Wrapping Break]			F ₁₀ 46%

Nota. Elaboración propia.

Análisis de resultados

En la Tabla 2 puede constatar que las mayores dificultades se ubicaron al establecer las funciones semióticas F₆, F₄ y F₃, en ese orden, relacionadas, sobre todo, con la teoría necesaria para la resolución de problemas de pruebas de hipótesis. La menor dificultad se encontró en la definición de la variable, ya que el 77% de los estudiantes estableció la función semiótica F₁ aunque hubo casos que no la clasificaron como una variable aleatoria continua.

La función semiótica F₆, representada por el supuesto de normalidad, fue establecida sólo por el 20% de los estudiantes. El conflicto semiótico fue no vincular la definición del estadístico χ^2_{n-1} con la distribución de la población: se requiere una población con distribución normal para que la muestra obtenida de ella se distribuya normalmente y así poder aplicar el estadístico χ^2_{n-1} .

La función semiótica F₄, referida al planteo de las hipótesis estadísticas, fue establecida sólo por el 24% de los estudiantes. Hubo varios conflictos semióticos encontrados: uno, tiene que ver con plantear las hipótesis con los desvíos estándar de la población y luego elegir como estadístico o estimador asociado al desvío estándar muestral, sin considerar que éste no es un estimador insesgado del desvío estándar poblacional. La selección errónea del parámetro trae como consecuencia la elección del estimador. Esta coherencia cognitiva del estudiante, al elegir erróneamente el estimador y parámetro, proporciona una justificación para comprender que sólo el 26% de los estudiantes establecieron la función semiótica F₃. Otro conflicto semiótico encontrado en el planteo de las hipótesis surge de no interpretar el enunciado del problema. Se plantean las desigualdades en las hipótesis con sentidos contrarios, hecho que trae otro conflicto en coherencia con su razonamiento: la ubicación de la zona crítica con el valor crítico respectivo del otro lado de la distribución del estadístico. Por tal razón, el 43% de los estudiantes pudieron establecer la

función semiótica F_7 , referida a la ubicación de la zona crítica. Hubo casos en los que plantearon " $H_1 : \sigma^2 \leq 0,07^2$ ", la presencia de la igualdad en la hipótesis alternativa revela la no comprensión del sentido de la hipótesis nula.

En cuanto a asignar la correspondencia entre el estadístico S^2 asociado al parámetro σ^2 y a su distribución de muestreo, el 59% de los estudiantes pudo establecer la función semiótica F_5 . Los conflictos semióticos encontrados tienen que ver con no identificar la varianza poblacional como un parámetro, sino como una variable aleatoria, y en esos casos los estudiantes confundieron al parámetro con el estadístico o confundieron el estadístico S^2 con el estadístico χ_{n-1}^2 .

En relación con identificar la característica que se quiere estudiar del problema con un parámetro adecuado para ello, el 44% de los estudiantes establecieron F_2 . El conflicto semiótico encontrado fue asignar la característica que se desea mantener en el problema (la variabilidad baja en el diámetro de las piezas), al parámetro *desviación estándar* en lugar de asignarla a la *varianza poblacional*. Se supone que esta elección se produjo porque los estudiantes tomaron la información del problema en forma literal, sin analizar la elección del parámetro para seleccionar la varianza en lugar de la desviación estándar. La varianza poblacional tiene como estimador insesgado a la varianza muestral, mientras que la desviación estándar muestral no es un estimador insesgado de la desviación estándar poblacional.

En cuanto al cálculo del valor observado, el 40% de los estudiantes establecieron la función semiótica F_8 . Las dificultades encontradas se debieron a los cálculos de la varianza muestral, de la media o de la especialización del estadístico Ji-cuadrado.

A través de la comparación del valor crítico con el valor observado, el 50% de los estudiantes establecieron la función semiótica F_9 . Las dificultades encontradas se deben a no poder efectuar una comparación relacionada a las hipótesis planteadas.

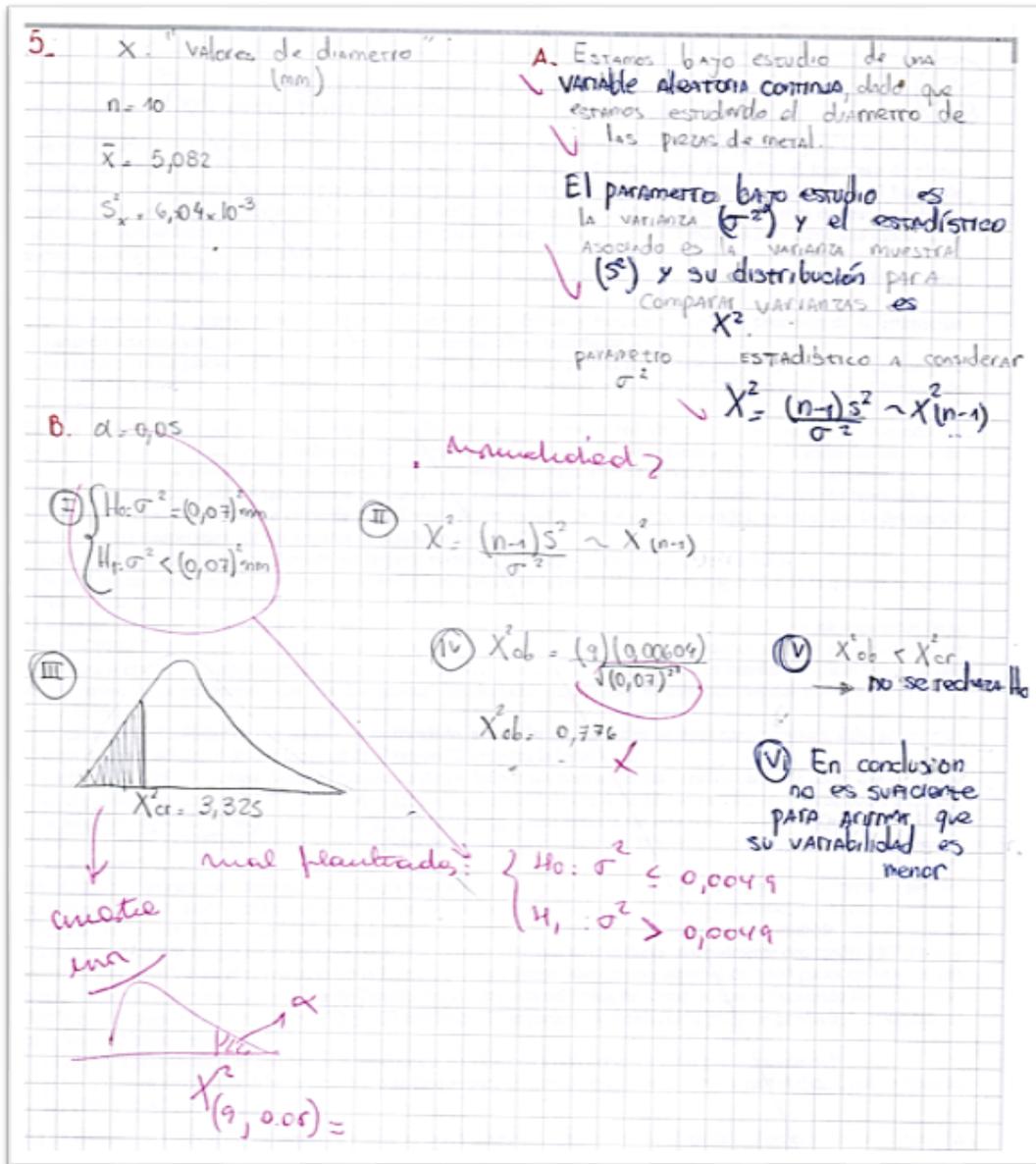
La conclusión que se desprende de la decisión de no rechazo de la hipótesis nula es el establecimiento de la función semiótica F_{10} . Sólo el 46% de los estudiantes dieron una respuesta al problema en coherencia a la decisión tomada.

El problema evaluado cuenta con dos incisos, uno teórico (inciso a), y otro de aplicación práctica con razonamiento estadístico (inciso b), donde se aplica una prueba de hipótesis. Dado que la respuesta al inciso a) requiere herramientas necesarias para la resolución del problema en el inciso b), se esperaba que los estudiantes que establecieran las funciones semióticas en a) también establecieran las funciones semióticas en b). Sin embargo, el 35,4 % de los estudiantes obtuvieron calificaciones buenas o muy buenas en a) y en el inciso b), sólo el 25,8 % de los estudiantes obtuvieron buenas o muy buenas calificaciones. Casi diez puntos de diferencia para los que identificaron correctamente la variable, el parámetro, el estadístico asociado al parámetro y su distribución de probabilidades, respecto de los que aplicaron los pasos de resolución en la prueba de hipótesis. Puede observarse que, aunque en el mejor de los casos identificaron los conceptos involucrados, los errores cometidos están relacionados al planteo de las hipótesis nulas y alternativa, por lo que la zona crítica es representada del lado contrario al que corresponde,

por arrastrar el error en el planteo de las hipótesis. Muestra de ello es una resolución de uno de los estudiantes, como puede verse en la Figura 2. También se encontró la situación contraria: puntaje insuficiente en a) y muy bueno en b), como se ejemplifica en la Figura 3. Son los casos donde los estudiantes resuelven la prueba de hipótesis en “forma algorítmica” aunque no comprendan el significado de cada uno de los pasos que son necesarios vincular con la teoría para darle sentido y significado a su resolución.

Figura 2

Producción de un estudiante con puntaje muy bueno en a) e insuficiente en b)



Nota. Elaboración propia.

Figura 3

Producción de un estudiante con puntaje insuficiente en a) y muy bueno en b).

5 a) X : diámetro de las piezas de metal
 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ *no clasifica como cuantitativa continua*

→ el parámetro poblacional involucrado en el problema es la varianza σ^2 *dispersión*

$\sigma_0 = 0,07 \rightarrow$ poblacional y $\sigma^2 = 0,0049$

• para la muestra (X)
 $n = 10$ $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{10} X_i}{10} = 5,082$
 $S^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{10} (X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{9} \cdot 0,05436 = 0,00604$

→ El estimador asociado a σ^2 es S^2 ✓
 En este caso, $S = 0,0777$ y $S^2 = 0,00604$

→ La distribución del parámetro σ es ji-cuadrada $\chi^2 = \frac{(n-1) \cdot S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_9$ ✓
la distribución del estadístico S^2

Es necesario que los datos se distribuyan normalmente para poder asegurar que las distribuciones de los parámetros son las tabuladas (μ tiene dist. t-student; σ tiene dist. χ^2 ; y \bar{X} tiene dist. normal). A mayor n de n se aproximan a normal.

La distribución χ^2 es una suma de variables normales, estar distribuida, al cuadrado

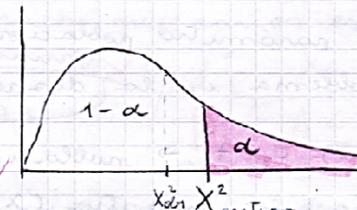
b) $d = 0,05$

supone lo que se supone (H_0): que la desviación estándar promedio no supera los $0,07$ mm

$\begin{cases} H_0: \sigma^2 \leq 0,07^2 \\ H_1: \sigma^2 > 0,07^2 \end{cases}$ ✓

$\chi^2_{obs} = \frac{9 \cdot 0,00604}{0,0049} = 11,09$ ✓

$\chi^2_{critico} = \chi^2(\alpha, 9) = 16,919$ ✓



Como $\chi^2_{obs} < \chi^2_{critico} \rightarrow$ no se rechaza H_0 . La evidencia no es suficiente para rechazar H_0

Con la evidencia proporcionado por la muestra, y se trata del nivel de significancia $\alpha = 0,05$ con un nivel de confianza del 95%, no se puede rechazar la hipótesis.

Nota. Elaboración propia.

CONCLUSIÓN

Con la intención de contribuir a la resolución comprensiva de problemas de inferencia estadística, en este trabajo se analizaron las producciones de 95 estudiantes de ingeniería en la resolución de un problema de pruebas de hipótesis.

Se utilizó una herramienta del EOS, la función semiótica, para la vinculación entre el enunciado del problema y su significado. Cada función semiótica estableció una relación entre una parte del enunciado del problema y su contenido, donde se materializaron los conceptos de población y población estadística, variable aleatoria y variable estadística, distribución de probabilidades y distribución de frecuencias relativas, muestra aleatoria en teoría de probabilidades y muestra aleatoria en estadística, parámetro y estadístico, distribución del estadístico y valor numérico del mismo, etc. Todos estos conceptos detallados y agrupados se mostraron en la configuración epistémica, con la resolución del problema.

De esta manera, se definieron diez funciones semióticas, cada una vinculó cada parte del enunciado del problema con el significado institucional correspondiente (probabilístico o estadístico), como se mostró en la Tabla 1. En el análisis del establecimiento de estas funciones semióticas, se encontraron conflictos semióticos en la identificación del parámetro, en el reconocimiento de su estimador insesgado y en su distribución, en la comprensión del supuesto de normalidad en el problema y dificultades referidas a la ubicación de la zona crítica por el planteamiento erróneo de las hipótesis.

Se propone generar una estrategia didáctica para la resolución comprensiva de problemas de inferencia estadística, que apunte a construir el establecimiento de estas funciones y considere los conflictos encontrados para el diseño de actividades específicas, teniendo en cuenta el paralelismo entre los conceptos probabilísticos y estadísticos involucrados.

La resolución comprensiva de los problemas de inferencia implica la aplicación del razonamiento estadístico, desarrollando el espíritu crítico en los estudiantes. Este razonamiento surge de la interpretación de la información estadística y facilita la toma de decisiones al futuro ingeniero.

REFERENCIAS

- Alvarado, H., Galindo, M. y Retamal, L. (2013). Comprensión de la distribución muestral mediante configuraciones didácticas y su implicación en la inferencia estadística, *Enseñanza de las Ciencias Revista de investigación y experiencias didácticas*, 31(2), 75-91. <https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/285763>.
- Batanero, C. (2013). *Sentido estadístico: Componentes y desarrollo*. I Jornadas Virtuales de Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y la Combinatoria. Universidad de Granada.

- Batanero, C. y Díaz, C. (2011) *Estadística con proyectos*. Universidad de Granada.
- Batanero, C., Tauber, L. y Sánchez, V. (2001). Significado y comprensión de la distribución normal en un curso introductorio de análisis de datos. *Cuadrante*, 10(1), 59-91
- Chance, B., Ben-Zvi, D., Garfield, J., & Medina, E. (2007). The role of technology in improving student learning of statistics. *Technology Innovations in Statistics Education*, 1(1), 1-26. <https://doi.org/10.5070/T511000026>
- CONFEDI (2016). *Competencias y Perfil del Ingeniero Iberoamericano, Formación de Profesores y Desarrollo Tecnológico e Innovación (Documentos Plan Estratégico ASIBEI)*. ASIBEI. <https://www.acofi.edu.co/noticias/competencias-y-perfil-del-ingeniero-iberoamericano-formacion-de-profesores-y-desarrollo-tecnologico-e-innovacion/>
- Del Mas, R., Garfield, J., & Chance, B. (2004, abril). *Using assessment to study the development of students' reasoning about sampling distributions*. Annual Meeting of the American Educational Research Association, California.
- Ennis, R. H. (2005). Pensamiento crítico: un punto de vista racional. *Revista de psicología y educación*, 1(1), 47-64.
- Godino, J. y Batanero, C. (1994), Significado institucional y personal de los objetos matemáticos, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2009) Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Versión ampliada del artículo The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2),127-135
http://die.udistrital.edu.co/sites/default/files/doctorado_ud/publicaciones/parte_i_un_enfoque_ontosemiotico_del_conocimiento_y_instruccion_matematica.pdf
- Godino, J.D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2007). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27(2), 221-252.
- Inzunza, S. (2006). *Significados que estudiantes universitarios atribuyen a las distribuciones muestrales en un ambiente de simulación computacional y estadística dinámica*. [Tesis doctoral, Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN
- Inzunza, S. (2007). Recursos de internet para apoyo de la investigación y la educación estadística. *Revista Iberoamericana de Educación*, 41(4), 1-12.
- Inzunza, S. (2017). Significado institucional de las distribuciones muestrales en libros de texto universitarios. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B.

Giacomone y M. M. López Martín (Eds.). *Actas del segundo congreso internacional virtual sobre el enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos*.

- Mantilla, M. I. (2019). *El pensamiento crítico en la enseñanza de la estadística*. Repositorio Universidad UNAB. Universidad Autónoma de Bucaramanga. <http://hdl.handle.net/20.500.12749/2686>
- Meyer, R., Debiaggi, M. y Giménez, N. (2008). La inferencia estadística como metodología. Análisis de contenido de ideas fundamentales (IEF)). *Ciencias Económicas*, 2(9), 29–46. <https://doi.org/10.14409/ce.v2i9.1127>
- Olivo, E. y Batanero, C. (2007). Un estudio exploratorio de dificultades de comprensión del intervalo de confianza. *UNION*, 12, 37-51.
- Ramírez, G. (2008). Formas de razonamiento que muestran estudiantes de maestría de matemática educativa sobre la distribución normal mediante problemas de simulación de *fathom*. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 3(1), 10-23
- Retamal, M. L. (2013). *Enseñanza de la estadística mediante proyectos de iniciación científica en estudiantes universitarios*. En Instituto Tecnológico de Costa Rica, Costa Rica (Ed.), III Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos (pp. 1-12). Costa Rica: Instituto Tecnológico de Costa Rica.
- Retamal, M.L., Alvarado, H., & Rebolledo, R. (2007). Understanding of sample distributions for a course on statistics for engineers. *Ingeniare*, 15, 6-17.
- Rocha Salamanca, P., Gallego Torres, A. P. y Montenegro Marín, C. E. (2016). Modelo de evaluación para los espacios de formación en estadística en ingeniería. *Revista Logos Ciencia & Tecnología*, 8(1), 59–66. <https://doi.org/10.22335/rlct.v8i1.326>.
- Terán, T. y Ciminari, J. (2019). Los errores que cometen los alumnos en la resolución de situaciones problemáticas en temas de inferencia estadística como principal obstáculo en la didáctica de la estadística En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. <https://.ugr.es/local/fqm126/civeest.html>
- Wild, C., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 221-248.
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (2004). Towards an understanding of statistical thinking. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 17-46). Kluwer.

Alfabetización estadística y pensamiento crítico: necesidades percibidas en la formación de estudiantes de licenciatura y preparatoria

Statistical literacy and critical thinking: needs in the high school and undergraduate education

José Longino Torres Garza¹ y Blanca Rosa Ruiz Hernández²

¹Tecnológico de Monterrey, México (longino.torres@tec.mx) y ²Tecnológico de Monterrey, México (bruiz@tec.mx)

Cómo citar este artículo:

Torres Garza, J. L. y Ruiz Hernández, B. R. (2024). Alfabetización estadística y pensamiento crítico: necesidades percibidas en la formación de estudiantes de licenciatura y preparatoria. *Educación y ciencia*, 13(61), 90-103.

Recibido: 1 de diciembre de 2023 | Aceptado: 14 de junio de 2024 | Publicado: 15 de julio de 2024

Resumen

Este trabajo buscó evidencias de alfabetización estadística y de pensamiento crítico en jóvenes de entre 16 y 25 años ante noticias con datos estadísticos de COVID-19. Se aplicó un cuestionario a 76 integrantes del programa Storytellers del Tecnológico de Monterrey, conformado por estudiantes de preparatoria y licenciatura. Bajo el modelo de Gal (2002) se halló que acertaron en 73 % en lectura de gráficas, 52 % en destreza estadística con operaciones matemáticas y 45 % con evaluación crítica. Por otro lado, se halló evidencia de pensamiento crítico en 72 % bajo el modelo de Koga (2022) y evidencia de mejora del 4 % en alfabetización estadística en nivel licenciatura respecto a preparatoria. En conclusión, se manifiesta una necesidad percibida de formación de estas competencias transversales.

Palabras clave: alfabetización estadística; pensamiento crítico; estudiantes de preparatoria; estudiantes de licenciatura; COVID-19

Abstract

This work sought evidence of statistical literacy and critical thinking in individuals aged 16 to 25 when facing news with statistical data on COVID-19. A questionnaire was administered to 76 participants in the Storytellers program at Tecnológico de Monterrey, consisting of high school and undergraduate students. Under Gal's model (2002), it was found that they succeeded in 73% in reading graphs, 52% in statistical skill with mathematical operations, and 45% in critical evaluation. On the other hand, evidence of critical thinking was found in 72% under Koga's model (2022), and evidence of a 4% improvement in statistical literacy at the undergraduate level compared to high school. In conclusion, there is a perceived need for training in these cross-cutting competencies.

Keywords: statistical literacy; critical thinking; high school students; undergraduate students; COVID-19

MARCO CONCEPTUAL

El término utilizado en este trabajo será alfabetización estadística, tomado del inglés *statistical literacy*, que sugiere un “concepto asociado a la idea de cultura básica de un individuo asociado en el sentido estadístico” (Fernández, Soler, y Sarmiento, 2007, p. 23). Se hace notar que otros autores se refieren a este constructo en el idioma castellano con el término de cultura estadística. También se hace la diferencia con competencia estadística, esta última, vinculada a la producción de datos (Schild, 2010, p. 140).

Definiciones de alfabetización estadística

La Organización de las Naciones Unidas para la Cultura, las Ciencias y la Educación, conocida como UNESCO, definió la alfabetización como “la habilidad de identificar, comprender, interpretar, crear, comunicar y computar, usando materiales impresos y escritos en diversos contextos” (UNESCO, 2005, p. 40). A través de los años se han desarrollado múltiples definiciones de alfabetización estadística, que ha evolucionado. Una de las primeras definiciones publicadas es de Walker (1951), quien sugirió que la alfabetización estadística es la capacidad de comunicar información de tipo estadístico, aunque se le atribuye a Wallman (1993) la primera definición relevante, al describirla como “la habilidad de comprender y evaluar críticamente los resultados estadísticos que impregnan nuestra vida diaria, junto con la habilidad de apreciar los beneficios que el pensamiento estadístico puede traer en la vida pública, privada, profesional y en decisiones personales” (p.1). Watson (1997) la definió como la “comprensión del texto y del significado e implicaciones de la información estadística del mismo, en el contexto del tema al cual pertenece”.

Por su parte, Gal (2002) basó su modelo basado en Watson (1997) y la definió como “la capacidad de interpretar, evaluar críticamente y comunicar información y mensajes estadísticos” (p. 1) y añadió que al desarrollar una alfabetización estadística se pueden formar a personas estadísticamente cultas. Watson y Callingham (2003) establecieron una jerarquía de seis niveles de alfabetización estadística de orden creciente: idiosincrático, informal, inconsistente, consistente no crítico, crítico y matemáticamente crítico, que van desde tener conocimientos básicos de estadística, interpretar gráficos, hasta comprender y aplicar terminología estadística, usando el pensamiento crítico en los grados superiores (p. 14). Gould (2017), por su parte, señala que la alfabetización estadística es un constructo que está en cambio constante ante nuevas maneras de la interacción con los datos debido a la constante evolución de la sociedad y subraya que “las necesidades de los estudiantes modernos han crecido: todos los estudiantes deben ser educados para realizar la función dual de ser productor y consumidor de estadísticas” (p. 22). Ziegler y Garfield (2018) señalan que la alfabetización estadística se define como “la habilidad de leer, entender y comunicar información estadística” (p. 161).

Lukman y Wahyudin (2020) resumen que la alfabetización estadística es “la habilidad básica que consiste en la capacidad de recopilar datos, leer e interpretar estadísticas (tablas, gráficos, promedios, desviación estándar, etc.) de información e interpretar y criticar argumentos basados en estadísticas” (p. 2). Por su parte, Gonda et al. (2022) señalan que la alfabetización estadística es “un conjunto de conocimientos y habilidades estadísticas que

permitirán utilizar datos estadísticos adecuadamente en la vida cotidiana para moldear las propias actitudes y formas de comportamiento” (p. 2).

Koga (2022) define la alfabetización estadística como la habilidad de interpretar y evaluar críticamente la información estadística y discutir o comunicar reacciones a información estadística, y agrega que, a pesar de su importancia, los hallazgos de las investigaciones del pensamiento crítico no han sido incorporados en el proceso de identificación de habilidades de alfabetización estadística. (p. 60). Este autor expresó que Gal (2002) no fue muy explícito sobre el marco de referencia teórico del pensamiento crítico y de cómo el pensamiento crítico interfiere con el pensamiento estadístico. Ante esto, presentó un marco de habilidades de pensamiento crítico en la alfabetización estadística para llenar este vacío. Además, Koga (2022) señala que Gal (2002) definió la alfabetización estadística como una habilidad de adultos, por lo que agregó a su investigación a estudiantes de bachillerato, al expresar que “es deseable proporcionar educación en alfabetización estadística a nivel de preparatoria, ya que estos estudiantes se acercan más a la edad adulta” (Koga, 2022, p.60).

Modelo de alfabetización estadística propuesto por Gal (2002)

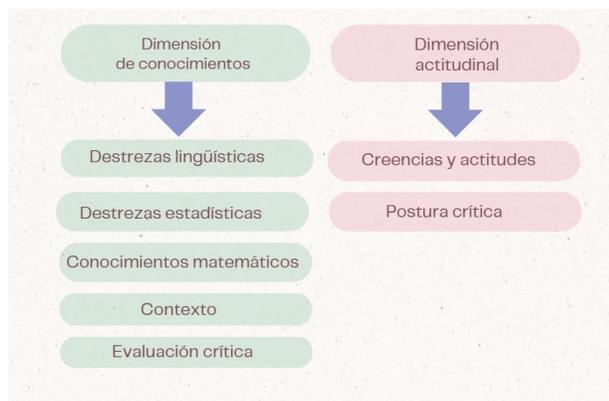
Gal (2002) plantea que la alfabetización estadística tiene como base los siguientes cinco conocimientos estadísticos:

1. Conocer qué datos son necesarios y cómo se producen
2. La familiaridad con los términos básicos e ideas relacionadas con la estadística descriptiva.
3. La familiaridad con los términos básicos e ideas relacionadas con las gráficas y tablas.
4. Nociones básicas de comprensión de probabilidad.
5. Saber realizar conclusiones e inferencias.

A su vez, el modelo de Gal (2002, pp. 2-3) tiene dos dimensiones interrelacionadas (Figura 1), cada una con distintos elementos: la dimensión de conocimientos y actitudinal, que se componen por los elementos que se describen en la Tabla 1.

Figura 1

Modelo de alfabetización estadística de Gal (2002)



Nota. Elaboración propia

Molina (2021) interpreta que el concepto de alfabetización estadística propuesto por Gal se refiere a tener un “conocimiento mínimo de conceptos y procedimientos básicos de estadística” (p. 41) junto con conocer habilidades matemáticas para su interpretación.

Tabla 1

Breve descripción de los elementos de las dimensiones del Modelo de Gal (2002)

<i>Elemento</i>	<i>Descripción</i>
Destreza lingüística	Comprender mensajes de comunicación verbal y escrita.
Destrezas estadísticas	Contempla los cinco conocimientos básicos (antes descritos).
Conocimientos matemáticos	Tener las habilidades básicas
Contexto	Conocimiento del entorno, relevante para detectar sesgos.
Evaluación crítica	Examina la validez y credibilidad de la información.
Creencias y actitudes	Involucran sentimientos y opiniones.
Postura crítica	Cuestiona la información.

Nota. Elaborado con base en Molina (2021, pp. 57-61).

Pensamiento crítico

El pensamiento crítico “se centra en la construcción de los argumentos y en su uso en el razonamiento” (Herrero, 2016, p. 18). Este autor señala que crítico es sinónimo de analítico, y “guarda relación con el pensamiento elaborado con criterio: el de la razonabilidad” (p. 14). El pensamiento crítico, descrito como una competencia, es una manera para que la persona emita juicios de valor para verificar si información recién obtenida es confiable o no. De igual manera, el pensamiento crítico es considerado como “una de las competencias fundamentales de la educación”. (Olivares citado por Valenzuela, 2016, p. 176). Una definición que engloba la mayoría de los conceptos antes mencionados es la siguiente:

El pensamiento crítico es un proceso cognitivo de carácter racional, analítico y reflexivo, que cuestiona de forma sistemática la realidad y el mundo para llegar a la verdad. Es un proceso intelectual que opera al analizar y evaluar un asunto o circunstancia para una vez lograda la suficiente información y realizado una serie de razonamientos llegar a una conclusión o a una postura (Pacheco y Alatorre, 2018, p. 5).

Habilidades de alfabetización estadística desde la perspectiva del pensamiento crítico

Koga (2022) desarrolló un marco para ocho habilidades de alfabetización estadística desde la perspectiva del pensamiento crítico (p. 65):

- A. Identificar la afirmación y la evidencia estadística, y saber la diferencia entre las dos.
- B. Cuestionar la evidencia estadística de varias perspectivas, como el origen de los datos, los métodos de recopilación de datos, tamaño de la muestra, error, representación gráfica o adecuación del cuestionario.
- C. Juzgar si la afirmación generalizó la evidencia estadística limitada, o si la afirmación de causalidad se basó en la evidencia de correlación.
- D. Clarificar los términos estadísticos y expresiones ambiguas relacionados con las estadísticas y la comprensión de la encuesta y métodos de análisis.
- E. Evaluar la aceptabilidad de la afirmación con varios / información disponible, comparar múltiples afirmaciones y examinar la fiabilidad.
- F. Conjeturar y buscar más información que no se mostró en la información estadística como la fuente de los datos, el nombre de la persona que realiza la encuesta, los detalles del proceso de la encuesta, la motivación y propósito del implementador de la encuesta o de las variables alrededor.
- G. Considerar otras posibles conclusiones y formar interpretaciones alternativas sobre la información estadística.
- H. Sacar sus propias conclusiones al examinar una situación o contexto particular y generar interpretaciones basadas en datos.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El presente trabajo busca encontrar evidencias de alfabetización estadística en estudiantes de licenciatura y preparatoria al hacer interpretaciones de información estadística sobre COVID-19 que aparece en sus fuentes de información y cómo ejercen el pensamiento crítico en torno a ellas. A partir de esto, se derivan las siguientes preguntas subordinadas:

1. ¿Qué habilidades de alfabetización estadística cuentan los integrantes del programa Storytellers para determinar si hay necesidades de formación, y qué fuentes de información utilizaron estos estudiantes para enterarse de noticias de COVID?
2. ¿Cómo los estudiantes interpretaron la información estadística relacionada con COVID-19 presentadas de forma gráfica y qué elementos de alfabetización estadística presentan los estudiantes tras dos años de pandemia?
3. ¿Qué diferencia hay en alfabetización estadística entre estudiantes de preparatoria y universidad?

Por lo que se refiere a la importancia de este tema, se tiene en cuenta en que la alfabetización estadística desempeña un papel importante al comunicar el riesgo en salud pública, por lo que las personas con mayor nivel de alfabetización estadística tienden a protegerse mejor ante COVID-19.

Al mismo tiempo, se coincide con Watson y Smith (2022) al expresar que “el contexto de crisis de COVID-19 ha proporcionado cantidades masivas de datos y tipos de representaciones que han expuesto la necesidad de comprensión estadística de la sociedad, y la apreciación de las estadísticas en contextos globales relacionados con el cambio climático y las pandemias ofrece una promesa de soluciones que abordan estos desafíos globales” (pp. 171-172)

Delimitación del estudio

Los participantes en el estudio fueron estudiantes del Tecnológico de Monterrey (México) de carrera profesional o preparatoria del programa interno llamado Storytellers, que provee de una experiencia vivencial laboral y comunican las historias de la institución a través de publicaciones en el sitio de noticias de esta universidad o en las redes sociales de sus 25 campus (al momento del estudio). Este programa lo integran estudiantes de diversas carreras y semestres, seleccionados por demostrar destrezas en redacción, fotografía o diseño. Para el periodo 2022-2023, su población finita fue de 125 estudiantes, siendo 84 mujeres (67 %) y 41 hombres (33 %). Fueron elegidos para este estudio por haber demostrado habilidades en diversos filtros de selección para ingresar a este programa.

Las principales fuentes de información utilizadas para la realización del instrumento de medición fueron notas tomadas de medios de comunicación, tanto de su versión impresa, en línea y de la red social Twitter (ahora llamada X) de los diarios Reforma, La Razón de México, El Economista, El Financiero, Ovaciones, Uno Más Uno y del diario español El País; se incluyó una publicación en la red social Instagram de TecScience, plataforma del Tecnológico de Monterrey que comunica la investigación que realiza la institución; de la página web Tablero COVID-19 México del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología; una gráfica compartida en la página personal de Facebook de Claudia Sheinbaum del 8 de abril del 2020, siendo ella entonces jefa de gobierno de la Ciudad de México; y de una transmisión en línea por Facebook de la Secretaría de Salud de Nuevo León.

Una limitante de este trabajo el tamaño de la muestra, considerada no propicia para una generalización de los resultados. Otra delimitación fue el periodo de la aplicación del instrumento de medición, del 17 de abril al 11 de mayo del 2023, en la que las noticias de COVID-19 eran relativamente pocas, y que incluso, el 5 de mayo, la Organización Mundial de la Salud declaró el fin de la emergencia internacional por esta enfermedad.

MÉTODO

El método utilizado fue mixto, al recopilar y analizar datos cuantitativos y cualitativos. El enfoque prioritario fue cuantitativo, ya que se analizaron los datos numéricos obtenidos tras el procesamiento y cómputo de la información para compararlos, y de esta manera, “probar de manera empírica, objetiva y sistemática la relación entre variables a través de métodos estadísticos” (Valenzuela y Flores, 2013, s/p). Por otro lado, en el aspecto cualitativo, se analizaron las preguntas de respuesta abierta, sobre todo, para profundizar en los argumentos dados en las respuestas y permitir así su análisis, sobre todo, al buscar evidencias de pensamiento crítico. Este método mixto se consideró como el idóneo por ser

una herramienta para obtener un panorama objetivo de la alfabetización estadística y la aplicación del pensamiento crítico bajo el paradigma positivista, que se caracteriza por su “objetividad, deducción, control de variables, medición y generalización de resultados” (Valenzuela y Flores, 2013, s/p).

Unidad de análisis

De las 76 personas que participaron en este estudio del 18 de abril al 11 de mayo del 2023, el 71 % fueron mujeres (54 respuestas) y 29 % hombres (22 respuestas). Esto siguió un patrón parecido a la población, que es de 84 mujeres (67 %) y 41 hombres (33 %). Los encuestados estudian: preparatoria (18) y universidad (58). En distribución de edades en total, la media aritmética es 19.47 años; su mediana y moda es de 19 años. Su desviación estándar es de 1.94.

Las edades de los participantes se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 2

Edades de los participantes

<i>Edad</i>	<i>16</i>	<i>17</i>	<i>18</i>	<i>19</i>	<i>20</i>	<i>21</i>	<i>22</i>	<i>23</i>	<i>24</i>	<i>25</i>	<i>Total</i>
Hombres	0	1	4	7	5	3	0	1	1	0	22
Mujeres	2	8	12	10	5	6	7	3	0	1	54

Nota. Elaboración propia.

En cuanto al número de semestres de carrera profesional que cursan los estudiantes al momento de la encuesta, la media aritmética fue de 4.8; la mediana, 4 y la moda, 2. La mayoría de las carreras que cursan los estudiantes tienen una duración de 9 semestres, así que, por promedio, los estudiantes están a poco más de la mitad de su carrera, pero son más frecuentes los estudiantes que están comenzando su carrera. En cuanto al número de semestres de preparatoria que cursan los estudiantes al momento de la encuesta, la media aritmética es de 5.4; la mediana es 6 y la moda es 6. Es decir, en promedio, los estudiantes se encuentran concluyendo la preparatoria.

En el periodo escolar se hace una distinción entre estudiantes de preparatoria y profesional. En preparatoria, 5 estudiantes cursan su segundo año y 13 el tercer año. En profesional, 16 estudiantes están en su primer año, 16 en segundo año, 15 en tercer año, 8 en cuarto año y solo 3 en su quinto año.

Instrumento de medición

La definición clásica que propone Hernández y Mendoza (2018) sobre medición es la de asignar valores a casos en variables. El instrumento de medición fue un cuestionario realizado ad hoc para este fin, con un uso de lenguaje entendible para las y los jóvenes participantes, utilizando gráficas relacionadas con información de COVID-19 publicadas en diversas fuentes de información del 8 de abril del 2020 al 23 de marzo del 2023 con el fin de medir su alfabetización estadística a través de la interpretación de diversos gráficos

estadísticos. El medio de recopilación fue digital a través de un formulario de Google Forms, donde se preguntó información demográfica de los participantes y sobre sus fuentes de noticias, contestando 74 participantes que las redes sociales son su fuente principal. El cuestionario constaba de 12 casos con 26 preguntas: 22 cerradas para su análisis cuantitativo, y nueve abiertas, para el cualitativo.

Análisis con el Modelo de Gal (2002) y de Koga (2022)

El análisis se hará utilizando el modelo de alfabetización estadística de Gal (2002) para observar sus dimensiones: conocimientos y actitudinal. Para determinar las ocho habilidades de pensamiento crítico se utilizará el marco conceptual para las habilidades de alfabetización estadística desde la perspectiva del pensamiento crítico de Koga (2022). De acuerdo con Koga (2022), el autor Gal (2002) no fue muy explícito sobre el marco de referencia teórico del pensamiento crítico y de cómo el pensamiento crítico interfiere con el pensamiento estadístico (p. 60). Ante esto, Koga presentó un marco de habilidades de pensamiento crítico en la alfabetización estadística para llenar este vacío (p. 59), haciendo la aclaración que no incluyó las dimensiones de Gal. Por otro lado, Koga señala que Gal definió la alfabetización estadística como una habilidad de adultos (p. 60), a diferencia de su investigación, que incluyó, además de adultos, a estudiantes de preparatoria, al expresar que “es deseable proporcionar educación en alfabetización estadística a nivel de preparatoria, ya que estos estudiantes se acercan más a la edad adulta” (p. 60), por lo que se optó por este modelo al ser más afín al presente trabajo, por precisamente, tener a estudiantes de ese nivel y de carrera universitaria, aunado a ser un trabajo del año 2022.

RESULTADOS

Evidencias de alfabetización estadística bajo al Modelo de Gal (2002)

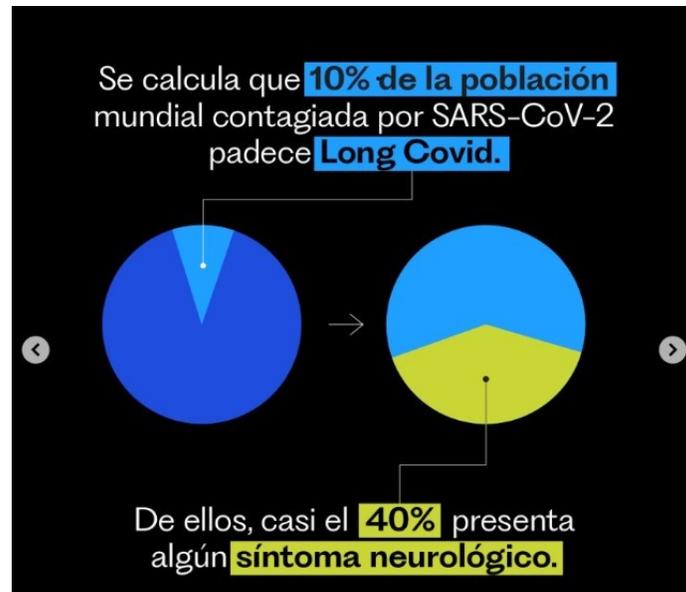
Para explorar cómo los estudiantes interpretaron la información estadística relacionada con COVID-19 presentadas de forma gráfica y qué evidencias de elementos de alfabetización estadística presentan los estudiantes, bajo el modelo de Gal (2002), se dividió el análisis en la interpretación de gráficas, resolución de preguntas con operaciones matemáticas y evaluación crítica de la información.

Medición destreza estadística de interpretación de gráficas

Se midió la interpretación gráfica con siete preguntas cerradas. El promedio de aciertos fue del 73 %. Como ejemplo, se pidió determinar si la información presentada fue tomada de una muestra o población, en la que 39 estudiantes contestaron correctamente “Muestra”. (Figura 2).

Figura 2

Imagen del instagram de TecScience para explorar la comprensión estadística



Nota. TecScience, del 23 de marzo del 2023

Medición destreza estadística-conocimientos matemáticas

Con tres preguntas para medir destreza estadística y conocimiento matemático, se obtuvo un 52 % promedio de respuestas correctas. Por ejemplo, de la misma Figura 2, se preguntó sobre el porcentaje de la población que se calcula tenga algún síntoma neurológico y padezca Long COVID, solo 28 estudiantes contestaron correctamente “4 %”.

Medición destreza estadística-evaluación crítica

Se midió este rubro con 3 preguntas cerradas, con un 45 % de aciertos en promedio. Una de estas preguntas, 27 estudiantes contestaron correctamente que las cifras en la gráfica de la Figura 4 no pueden ser comparables, principalmente, por las fechas de casos entre ciudades.

Figura 3

¿Crees que las cifras presentadas en esta gráfica son comparables?



Nota. Facebook / Claudia Sheinbaum, del 8 de abril del 2020

Medición evaluación crítica

Fueron 7 preguntas las que se definieron para medir solo la evaluación crítica, en la que se promedió un 70 % de evidencia de esta variable.

Alfabetización estadística entre estudiantes de universidad vs. preparatoria

En la siguiente tabla se muestra un comparativo hecho con los porcentajes de aciertos entre estudiantes de preparatoria y universidad:

Tabla 3

Comparativo de alfabetización estadística entre preparatoria y universidad

Variable	% Preparatoria	% Universidad	Diferencia
Lectura de gráficas	74 %	76 %	+ 2 %
Conceptos / operaciones	48 %	56 %	+ 8 %
Conceptos	59 %	54 %	-5 %
Lectura de gráficas / conceptos	33 %	45 %	+12 %
Totales	54 %	58 %	+4 %

Nota. Elaboración propia

La lectura de gráficas tiene un 2 % de mejora en universitarios; en integración de conceptos y operaciones, hay 8 % más de mejora en universidad. En conceptos, se ve un decremento de 5 % en universitarios, explicado por las preguntas sobre la diferencia entre muestra y población, donde los de preparatoria obtuvieron mayores aciertos. El aumento más alto se dio en lectura de gráficas y aplicación de conceptos, al subir 12 % en universidad. En total, la alfabetización estadística sube 4 % en universidad respecto a preparatoria.

Análisis de las habilidades de Koga (2022)

Para el análisis de pensamiento crítico, se analizaron cuatro binomios de preguntas (cerrada y abierta) para las ocho habilidades de Koga (2022), donde se realizó un conteo si la respuesta presentaba sí o no evidencia la habilidad al interpretar las respuestas. Algunos binomios sirvieron para analizar más de una habilidad de este autor. Se codificó con un uno (1) si presentaba la evidencia y con un cero (0) en caso negativo, y los estudiantes del 1 al 76 según su participación en la encuesta. Se hizo una sumatoria de los resultados para cada habilidad y se dividió entre el total de participantes (76) para el porcentaje.

Tabla 4

Resumen del análisis de las habilidades de Koga (2022) en pensamiento crítico

<i>Habilidad de Koga</i>	<i>Cumplimiento</i>
(A) Identificar las afirmaciones y razones	76 estudiantes (100 %)
(B) Juzgar la aceptabilidad de las razones	65 estudiantes (86 %)
(C) Juzgar si las razones son suficientes para establecer la conclusión	65 estudiantes (86%)
(D) Aclarar el significado de términos.	71 estudiantes (93 %)
(E) Evaluar la aceptabilidad de las afirmaciones	70 estudiantes (92 %)
(F) Planificar adquisición de información relevante para decidir aceptabilidad de una declaración	47 estudiantes (62 %)
(G) Formular múltiples alternativas problema	33 estudiantes (43 %)
(H) Extraer conclusiones razonables	8 estudiantes (11 %)
Promedio de cumplimiento	49 estudiantes (72 %)

Nota. Elaborado con base en Koga (2022, pp. 62-64).

CONCLUSIONES

El principal hallazgo del presente estudio es que los estudiantes de licenciatura y preparatoria del programa Storytellers muestran evidencias de poseer habilidades básicas de alfabetización estadística, destacando una habilidad alta en lectura de gráficas para hacer interpretaciones estadísticas de sus fuentes de información, e intermedia cuando se involucran operaciones matemáticas o en la aplicación de conceptos estadísticos. Hay evidencias de que demuestran la utilización de pensamiento crítico para emitir juicios de valor bajo un contexto de información sobre COVID-19 obtenida a través de sus fuentes de información. Sin embargo, se manifiesta una necesidad percibida de formación, al reforzar a nivel curricular, en las competencias transversales vinculadas con la alfabetización estadística y el pensamiento crítico.

Interpretación gráfica y elementos de alfabetización estadística

En la pregunta de investigación sobre cómo los estudiantes interpretaron la información estadística relacionada con COVID-19 presentadas de forma gráfica, se hace un resumen en la siguiente tabla:

Tabla 5*Resumen de las evidencias de destrezas de Gal (2002)*

<i>Destrezas</i>	<i>Promedio</i>	<i>Promedio</i>
	<i>frecuencias</i>	<i>porcentajes</i>
Estadística/ interpretaciones gráficas	55	73 %
Estadística/ operaciones matemáticas	39	52 %
Estadística/ evaluación crítica	33	45 %
Evaluación crítica	53	70 %

Nota. Elaboración propia.

Sin embargo, se detectaron indicios de diversas dificultades de razonamiento y comprensión en los estudiantes en términos de alfabetización estadística básica, como, por ejemplo, conocer la diferencia entre población y muestra, la lectura de tendencias en gráficas, o enlazar este conocimiento con información contextual. Todo esto pueden tomarse como áreas de oportunidad en la formación de estudiantes.

Evidencias de pensamiento crítico

Respecto a las habilidades de alfabetización estadística de Koga (2022), más de la mitad de las y los estudiantes muestran evidencia de demostrar las primeras seis habilidades. Las últimas dos habilidades, G y H, se presentaron en menos de la mitad de los participantes, debido a una falta de preguntas en el instrumento de medición para reflejarlas de mejor manera.

En el rubro de la destreza de evaluación crítica, en este estudio fue de un 72 % según las habilidades de Koga es de 72 %, cifra parecida al 70 % bajo el modelo de Gal (ver Tabla x). En opinión del autor, se puede explicar esta cifra por la sensibilidad de las *fake news* en noticias COVID y por el rigor periodístico que se les exige dentro del programa Storytellers.

En un análisis cualitativo, un hallazgo de pensamiento crítico es que las y los jóvenes se muestran escépticos en primera instancia sobre la información presentada en gráficas, sobre todo, si la información proviene de fuentes gubernamentales. o si presenta fuentes adicionales. En las respuestas abiertas se detectó una diferencia marcada, en la que prácticamente la mitad confiaba en dicha información por provenir del gobierno, mientras que la otra mitad desconfiaba por la misma razón. También se observó que prácticamente la mitad de los participantes (49 %) se muestra atento a si la información se basa en opiniones. Otro hallazgo es que se observó la utilización de datos contextuales, como en el caso de la comparativa de casos de COVID-19 en diferentes ciudades del mundo en diferentes fechas (Figura 4). En más de este análisis cualitativo, hubo respuestas que mostraron evidencias de pensamiento crítico respecto a quién es la fuente de la información, el contexto y la comparabilidad de los datos para juzgar la confiabilidad de las razones presentadas en las gráficas. Además, se obtuvieron respuestas en que que los estudiantes son conscientes de la posibilidad de alteraciones y sesgos en la información, lo que los llevó a cuestionar la veracidad de las gráficas presentadas en el instrumento de medición.

Estos resultados sugieren que los estudiantes necesitan desarrollar habilidades estadísticas más sólidas y en la aplicación del pensamiento crítico en el contexto de la alfabetización estadística, por lo que se externa una necesidad de reforzar su enseñanza, así como en el diseño de programas que combinen estas dos dimensiones en la educación básica en México.

REFERENCIAS

- Fernández, F., Soler, N. y Sarmiento, B. (2007). Alfabetización estadística y competencia estadística. En P. J. Rojas (Ed.), *Memorias del 8° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, (pp. 23-25). Gaia.
- Gal, I. (2002). Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25. <https://doi.org/10.2307/1403713>
- Gonda, D., Pavlovicova, G., Duris, V., & Tirpáková, A. (2022). Implementation of Pedagogical Research into Statistical Courses to Develop Students' Statistical Literacy. *Mathematics*, 10(1793), 1-17. <https://doi.org/10.3390/math10111793>
- Gould, R. (2017). Data literacy is statistical literacy. *Statistics Education Research Journal*, 16(1), 22-25. [https://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ16\(1\)_Gould.pdf](https://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ16(1)_Gould.pdf)
- Hernández-Sampieri, R., y Mendoza, C. (2018). *Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw-Hill.
- Herrero, J. C. (2016). *Elementos del pensamiento crítico*. Marcial Pons Ediciones Jurídicas y Sociales.
- Koga, S. (2022). Characteristics of statistical literacy skills from the perspective of critical thinking. *Teaching Statistics*, 44(2), 59-67. <https://doi.org/10.1111/test.12302>
- Lukman, L., & Wahyudin, W. (2020) Statistical literacy of undergraduate students in Indonesia: Survey studies. *Journal of Physics: Conference Series*, 1521, 1-5.
- Molina, E. (2021). *Cultura estadística y competencia gráfica en la formación de futuros profesores de Educación Primaria*. Universidad de Granada.
- UNESCO (2005). *Aspects of Literacy Assessment: Topics and issues from the UNESCO Expert Meeting*. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000140125>
- Pacheco, A., y Alatorre, E. (2018). La metacognición en la profesionalización docente: el pensamiento crítico en un entorno mixto. *RED. Revista de Educación a Distancia*, 56(12), 1-23. <http://dx.doi.org/10.6018/red/56/126>
- Schild, M. (2010). Assessing Statistical Literacy: Take CARE. *Assessment Methods in Statistical Education: an International Perspective*, 133-152. <https://doi.org/10.1002/9780470710470.ch11>

- Valenzuela, J., y Flores, M. (2013). *Fundamentos de investigación educativa*. Editorial Digital Tecnológico de Monterrey.
- Valenzuela, J. R. (2016). *Competencias transversales para una sociedad basada en conocimiento*. Cengage Learning. <https://0-elibro-net.biblioteca-ils.tec.mx/es/ereader/consorcioitesm/40052?page=13>
- Walker, H. M. (1951). Statistical literacy in the social sciences. *The American Statistician*, 5(1), 6-12. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00031305.1951.10481912>
- Wallman, K. (1993). Enhancing Statistical Literacy: Enriching Our Society. *Journal of the American Statistical Association*, 88(421), 1-8. <https://doi.org/10.2307/2290686>
- Watson, J. (1997). Assessing statistical literacy through the use of media surveys. *The Assessment Challenge in Statistics Education*, 107-121.
- Watson, J., & Callingham, R. (2003). Statistical literacy: A complex hierarchical construct. *Statistics Education Research Journal*, 2(2), 3-46. [https://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ2\(2\)_Watson_Callingham.pdf](https://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ2(2)_Watson_Callingham.pdf)
- Watson, J., & Smith, C. (2022). Statistics education at a time of global disruption and crises: a growing challenge for the curriculum, classroom and beyond. *Curriculum Perspectives*, 42(2), 171-179. https://link.springer.com/article/10.1007/s41297-022-00167-7?utm_source=getftr&utm_medium=getftr&utm_campaign=getftr_pilot
- Ziegler, L., & Garfield, J. (2018). Developing a statistical literacy assessment for the modern introductory statistics course. *Statistics Education Research Journal*, 17(2), 161-178. [http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ17\(2\)_Ziegler.pdf](http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ17(2)_Ziegler.pdf)

Educação estatística crítica: o potencial de um programa de letramento estatístico

Critical statistical education: the potential of a literacy statistical program

Fernanda Angelo Pereira¹ y Mauren Porciúncula²

¹Universidade Federal de Rio Grande, Brasil (feducamat@gmail.com) y ² Universidade Federal de Rio Grande, Brasil (mauren.porciuncula@gmail.com)

Cómo citar este artículo:

Pereira, F.A. y Porciúncula, M. (2024). Educação estatística crítica: o potencial de um programa de letramento estatístico. *Educación y ciencia*, 13(61), 104-119.

Recibido: 5 de diciembre de 2023 | Aceptado: 26 de abril de 2024 | Publicado: 15 de julio de 2024

Resumen

O propósito deste texto é demonstrar evidências de que o Programa Letramento Multimídia Estatístico (LeME) possui o potencial de estimular a formação com uma perspectiva crítica em relação à estatística por meio da realização de Projetos de Aprendizagem Estatísticos (PAE). O estudo concentra-se na Educação Estatística Crítica (EEC), que enfatiza a contextualização dos dados, a promoção do julgamento crítico, a valorização do conhecimento reflexivo e a preparação para a interpretação de informações estatísticas no contexto da vida real. Os resultados da pesquisa sugerem que a abordagem de PAE do LeME tem o potencial de fomentar a EEC ao envolver os alunos, com idade entre 14 e 17 anos, em temas sociais e relevantes à eles, e incentivar a análise crítica de informações estatísticas por parte dos estudantes.

Palabras clave: educação estatística crítica; projetos de aprendizagem estatísticos; letramento estatístico

Abstract

The purpose of this text is to demonstrate evidence that the Statistical Multimedia Literacy Program (LeME) has the potential to stimulate training with a critical perspective in relation to statistics through the implementation of Statistical Learning Projects (PAE). The study focuses on Critical Statistics Education (CEE), which emphasizes the contextualization of data, the promotion of critical judgment, the appreciation of reflective knowledge, and the preparation for interpreting statistical information in a real-life context. The research results suggest that LeME's PAE approach has the potential to foster EEC by involving students, aged between 14 and 17, in social topics relevant to them, and encouraging critical analysis of statistical information on their part. of students. .

Keywords: critical statistical education; statistical learning projects; statistical literacy

INTRODUÇÃO

A nossa pesquisa está inserida em um contexto de promoção do Letramento Estatístico, por meio da implementação de Projetos de Aprendizagem Estatísticos (PAE), no âmbito do Programa Letramento Multimídia Estatístico - LeME (Porciúncula, 2022), conduzido no Centro de Convívio dos Meninos do Mar (CCMar), da Universidade Federal do Rio Grande (FURG), localizado na cidade de Rio Grande, RS, Brasil.

O LeME tem por objetivo principal fomentar a transformação social por meio de práticas pedagógicas interativas, lúdicas e interdisciplinares, as quais contribuem para o desenvolvimento do Letramento Estatístico em crianças e jovens. Esse Letramento Estatístico possibilita os indivíduos a ler, compreender e interpretar informações estatísticas de maneira crítica e eficaz, possibilitando a análise e tomada de decisões embasadas em dados estatísticos encontrados em diversas fontes, como pesquisas, notícias e representações gráficas (Gal, 2002; 2019). O Letramento Estatístico desempenha um papel fundamental na sociedade atual, orientada cada vez mais pela informação baseada em dados, afetando áreas como negócios, ciência, política, saúde e outros campos (Gould, 2017).

A principal estratégia pedagógica adotada pelo LeME é a implementação de Projetos de Aprendizagem Estatísticos (PAE) (Porciúncula, 2022). Conforme destacado por Bender (2014), os projetos de aprendizagem são uma abordagem de ensino inovadora e envolvente, na qual os alunos são motivados a abordar problemas do mundo real que têm o potencial de contribuir para a sua comunidade. Ao enfrentarem questões motivadoras e envolventes, os estudantes percebem o projeto como pessoalmente significativo e se engajam ao máximo na sua resolução (Bender, 2014).

Como escolha metodológica, os PAE utilizam a pesquisa de opinião (survey), na qual os participantes respondem a questionários elaborados pelos próprios estudantes. Os estudantes são responsáveis por determinar os participantes da pesquisa, podendo ser uma população ou uma amostra, e desenvolver os instrumentos de coleta de dados, qual seja, os questionários. Após a coleta, os estudantes organizam os dados para análise, utilizando ferramentas estatísticas para calcular medidas de tendência central, variabilidade, além de criar gráficos e tabelas. Os resultados da pesquisa são então comunicados de várias maneiras, por meio de cartazes, infográficos, vídeos, seminários, palestras, ou exposições, denominadas feiras de ciências.

“A feiras de ciências são eventos populares nas escolas brasileiras que consistem atividades escolares que mobilizam muitas pessoas da comunidade escolar e de outros espaços da sua realização. Esta envolve uma exposição pública dos resultados de projetos realizados pelos estudantes, podendo envolver debates, discussões e premiações (Feitosa, Paiva, 2022).”

Em linhas gerais, um PAE adota os seguintes momentos: escolha do tema pelos estudantes, elaboração do instrumento de coleta de dados (questionário), coleta de dados (survey), análise estatística dos resultados, divulgação dos resultados e avaliação da atividade (Porciúncula, 2022). Participar de um PAE oferece aos estudantes a oportunidade de realizar

uma pesquisa estatística sobre um tema de seu interesse, coletando dados reais, o que pode contribuir para o desenvolvimento do seu Letramento Estatístico.

O público-alvo do CCMar são adolescentes com idades entre 14 e 17 anos, que enfrentam desafios de vulnerabilidade social, econômica e ambiental. Essa instituição oferece, no contraturno escolar, cursos pré-profissionalizantes que buscam qualificar esses jovens, com ênfase no desenvolvimento humano, social, cultural e educacional, visando a sua inserção no mercado de trabalho e, conseqüentemente, a melhoria de suas perspectivas de vida. O LeME contribui para essa formação abrangente, possibilitando o Letramento Estatístico como parte do desenvolvimento dos alunos.

O conhecimento estatístico desenvolvido no CCMar por meio do LeME pode proporcionar aos estudantes a compreensão de informações quantitativas baseadas em conceitos estatísticos, que percebem a utilidade da estatística em situações reais, interpretando notícias e informações veiculadas em diversos meios de comunicação. Essas habilidades são relevantes para o exercício da cidadania, pois se apresentam como possibilidades para o entendimento e ação no âmbito de questões de direitos humanos, igualdade e justiça social (Gal, 2019).

Buscar a promoção do Letramento Estatístico seguindo a perspectiva de Campos (2007), em um ambiente escolar que promove a Educação Estatística Crítica, pode contribuir para melhor preparar os estudantes para interpretar o mundo, promover o discurso da responsabilidade social, incentivar a liberdade individual e a justiça social, bem como envolver os estudantes em um compromisso maior de aprimorar a sociedade em que vivem. Os princípios propostos por Campos (2007) contribuem para a formação oferecida pelo CCMar e para os objetivos do LeME em apoiar essa formação.

Nesse contexto, este texto busca evidenciar como o LeME tem o potencial de promover uma formação estatisticamente crítica por meio dos PAE. Ressalta-se que este trabalho faz parte de uma pesquisa de doutoramento da primeira autora, sob a orientação da segunda, com o intuito de demonstrar como os PAE podem contribuir na formação de cidadãos mais críticos e informados por meio do Letramento Estatístico, contribuindo para a tomada de decisões conscientes em diversas áreas e para o engajamento na sociedade em questões relacionadas aos direitos humanos e à justiça social (Gal, 2019).

EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA CRÍTICA E O LETRAMENTO ESTATÍSTICO

A perspectiva da Educação Estatística Crítica (EEC), conforme delineada por Campos (2007), concentra-se na promoção do desenvolvimento da capacidade dos estudantes para analisar, interpretar e questionar informações estatísticas de maneira reflexiva e consciente. Essa abordagem educacional busca proporcionar aos alunos a oportunidade de compreender, interpretar e avaliar criticamente as informações disponíveis, enquanto questionam a produção do conhecimento estatístico. Para efetivar essa proposta educativa, o ensino da estatística transcende a mera transmissão de técnicas complexas, objetivando habilitar os estudantes a interpretar o mundo real com base em informações e

dados difundidos por diversas mídias. Dessa forma, eles adquirem habilidades que os possibilita tomar decisões fundamentadas, embasadas em uma visão crítica da sociedade.

Campos (2007) delinea uma abordagem de Educação Estatística Crítica (EEC) que integra os objetivos da Educação Estatística com os da Educação Crítica (Giroux, 1997; Freire, 2015). Essa abordagem visa promover a aprendizagem reflexiva e democrática da estatística, envolvendo os alunos em uma perspectiva socialmente engajada. O autor destaca a importância de uma educação que estimula a problematização, fomentando a criatividade e a reflexão dos estudantes, o que os capacita a uma inserção crítica na realidade em que vivem. Além disso, ressalta a necessidade de reconhecer os aspectos políticos inerentes à educação, tanto no processo educativo quanto nos conteúdos disciplinares. A valorização da democratização do ensino é enfatizada por meio de iniciativas que promovem debates e atitudes democráticas no ambiente escolar, priorizando o trabalho colaborativo, incentivando o diálogo, a responsabilidade social e as relações interpessoais, além de defender princípios éticos e justiça social.

A seguir, apresentamos as características para uma ECC conforme exposto por Campos (2007, pp. 123-124):

- Problematizar o ensino, trabalhar a estatística por meio de projetos, valendo-se dos princípios da modelagem matemática.
- Permitir aos alunos que trabalhem individualmente e em grupos.
- Utilizar exemplos reais, trabalhar com dados reais, sempre contextualizados dentro de uma realidade condizente com a realidade do aluno.
- Favorecer e incentivar o debate e o diálogo entre os alunos e com o professor.
- Desierarquizar o ambiente de sala de aula, assumir uma postura democrática de trabalho pedagógico, delegar responsabilidades aos alunos.
- Incentivar os alunos a analisar e interpretar os resultados, valorizar a escrita.
- Tematizar o ensino, ou seja, privilegiar atividades que possibilitem o debate de questões sociais e políticas relacionadas ao contexto real de vida dos alunos.
- Promover julgamentos sobre a validade das ideias e das conclusões, fomentar a criticidade e cobrar dos alunos o seu posicionamento perante os questionamentos levantados nos debates, compartilhando com a classe suas justificativas e conclusões.
- Preparar o aluno para interpretar o mundo, praticar o discurso da responsabilidade social, incentivar a liberdade individual e a justiça social, engajar os alunos numa missão maior de aperfeiçoar a sociedade em que vivem.
- Utilizar bases tecnológicas no ensino, valorizando e desenvolvendo competências de caráter instrumental para o aluno que vive numa sociedade eminentemente tecnológica.
- Valorizar o conhecimento reflexivo em conjunto com o conhecimento tecnológico para o desenvolvimento de uma consciência crítica sobre o papel da Estatística no contexto social e político no qual o estudante se encontra inserido.
- Adotar um ritmo próprio, um timing flexível para o desenvolvimento dos temas.
- Combinar o conhecimento produtivo e diretivo.
- Evidenciar o currículo oculto, debater o mesmo com os estudantes, permitindo que eles participem das decisões tomadas e do controle do processo educacional.

- Avaliar constantemente o desenvolvimento do raciocínio, do pensamento e da literacia estatística.
- Desmistificar o processo de avaliação do aluno, permitindo que ele participe das decisões e assuma responsabilidades sobre esse processo.

Compartilhamos a visão de Campos (2007) de que o ensino da estatística deve ser complementado por uma abordagem crítica que envolva os alunos em questões sociais e políticas diretamente relevantes para a sua realidade. Essa abordagem tem o propósito de contribuir na formação dos estudantes para que atuem como cidadãos engajados na construção de uma sociedade democrática, na busca por justiça social e na redução das desigualdades.

Contudo, em seu entendimento sobre o Letramento Estatístico, Gal (2002) já apontava para um componente crítico no desenvolvimento dessa habilidade. Para Gal (2019), a alfabetização estatística contribui para uma visão crítica da sociedade e impulsiona o envolvimento dos estudantes com estatísticas do mundo real. Essa alfabetização estatística está relacionada à compreensão e o engajamento com informações estatísticas que podem aparecer nos diferentes canais de comunicação, nos mais diversos contextos da vida real.

O modelo de Letramento Estatístico proposto por Gal (2002) leva em consideração componentes cognitivos (habilidades de letramento, conhecimento estatístico, conhecimento matemático, conhecimento do contexto e questões críticas) e também componentes disposicionais (crenças, atitudes e postura crítica).

Os elementos disposicionais, para Gal (2002), implicam o Letramento Estatístico em uma forma de ação e não apenas uma interpretação passiva ou compreensão da informação estatística. A postura crítica está relacionada a uma atitude de questionamento em relação a informações quantitativas que podem ser enganosas, tendenciosas, unilaterais, incompletas de alguma forma, intencionalmente ou não. Enquanto que, as crenças e as atitudes servem como fundamento para uma postura crítica. De acordo com Gal (2002), as atitudes são sentimentos intensos e estáveis que se desenvolvem a partir da internalização gradual de respostas emocionais positivas ou negativas repetidas ao longo do tempo, já as crenças são opiniões ou ideias mantidas de forma individual sobre um assunto, sobre a própria pessoa, sobre um contexto, etc. Para Gal (2002), os indivíduos devem desenvolver uma visão positiva sobre sua capacidade de raciocinar estatisticamente, bem como desenvolver uma vontade e interesse em pensar estatisticamente em situações relevantes.

Acreditamos que, Gal (2002) ao estabelecer tal entendimento sobre o Letramento Estatístico, considera também que esta seja uma formação crítica, que possibilita ao cidadão exercer sua cidadania e compreender os aspectos estatísticos da sua realidade, tecendo opiniões e tomando decisões a partir disso. Além disso, percebemos que Campos (2007), com a EEC, propõe uma potencialização dessa formação estatisticamente crítica a partir do Letramento Estatístico, enfatizando elementos que fazem parte da Educação Crítica “de forma a produzir uma pedagogia democrática, reflexiva, engajada em sua função maior de responsabilidade social para com os educandos” (Campos, 2007, p. 122).

Ademais, conforme estabelecido na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o ensino nas escolas brasileiras deve ir além da transmissão de conhecimento científico e histórico; ele carrega a responsabilidade de preparar os alunos para a vida em sociedade, capacitando-os a exercer sua cidadania de forma plena e integral (Brasil, 2018, p. 14). A habilidade de ler notícias em jornais ou websites, compreendendo as informações apresentadas, bem como os elementos visuais que acompanham essas notícias, como gráficos, tabelas, ilustrações e fotografias, desempenha um papel crucial na formação do cidadão. Essa competência deve ser cultivada na escola e em outros ambientes de aprendizagem, onde os alunos desenvolvem habilidades essenciais para o exercício pleno de sua cidadania. Ainda de acordo com a BNCC,

[...] todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos (Brasil, 2018, p. 274).

Assim, partimos do pressuposto de que formar os estudantes de maneira crítica, por meio de competências e habilidades estatísticas, é crucial para que possam exercer sua cidadania de maneira reflexiva, participando ativamente dos processos democráticos e tomando decisões informadas (Pereira, Giordano & Diniz, 2023). Essa abordagem se justifica não apenas pela importância da compreensão de informações quantitativas necessárias para uma participação eficaz do cidadão em uma sociedade democrática, mas também pelo caráter social e político intrínseco à estatística (François & Bracke, 2006).

Portanto, em um ambiente de ensino e aprendizagem que abraça a Educação Estatística Crítica, busca-se formar alunos preparados para interpretar o mundo, promover o discurso da responsabilidade social, incentivar a liberdade individual e a justiça social, envolvendo os estudantes em uma missão mais ampla de aprimorar a sociedade em que vivem, em consonância com os princípios propostos por Campos (2007). Esses princípios não só contribuem para a formação oferecida pelo CCMar, mas também se alinham com os objetivos do LeME no apoio a essa formação.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Tendo em vista evidenciar como o LeME tem o potencial de promover uma formação estatisticamente crítica por meio dos PAE, a pesquisa em questão adota uma abordagem qualitativa e é caracterizada como um estudo observador-participante de campo, seguindo a concepção de Yin (2016). Os participantes da pesquisa são os estudantes matriculados nos cursos pré-profissionalizantes do CCMar no segundo semestre de 2022, totalizando 123 alunos, que também foram envolvidos no programa LeME.

Como no CCMar os cursos pré-profissionalizante são semestrais, o LeME acontece nos últimos 10 dias de aula do período, onde os estudantes desenvolvem um PAE. Além de desenvolverem pesquisas estatísticas, os estudantes também têm contato com outros conceitos estatísticos como medidas de tendência central, de variabilidade, tipos de gráficos,

tabelas, tipos de pesquisas estatísticas e variáveis estatísticas. As aulas do LeME são ministradas por alunos de cursos de licenciaturas da FURG que recebem uma formação específica para implementar o LeME. No semestre em questão, haviam professores em formação dos cursos de licenciatura em Matemática, Pedagogia e Letras. Esse processo é coordenado por uma equipe técnica composta de 7 pessoas em que as autoras fazem parte.

Após a participação dos estudantes no LeME, estes foram convidados para uma entrevista a respeito do trabalho desenvolvido por eles no âmbito do projeto. Foram realizadas entrevistas estruturadas conduzidas com os grupos de trabalho dos estudantes, formados durante a execução dos PAE. Cerca de 80% dos estudantes participaram das entrevistas que foram conduzidas pela primeira autora de maneira presencial. As entrevistas foram gravadas em arquivos de áudio e depois transcritas. O objetivo das entrevistas era obter informações sobre a experiência dos estudantes sobre suas vivências no LeME e identificar os possíveis conhecimentos e habilidades adquiridos por eles.

As questões para as entrevistas foram formuladas com base nos princípios da Educação Estatística Crítica (EEC), a fim de coletar informações dos estudantes relacionadas aos aspectos que serão analisados neste artigo.

Na próxima seção, apresentaremos uma seleção de respostas dos estudantes a uma das perguntas feitas durante as entrevistas: "Você considera a estatística relevante para a sua formação pré-profissionalizante no CCMar? Onde você enxerga a estatística desempenhando um papel em sua futura profissão?" É importante observar que apresentaremos apenas uma parte das respostas, uma vez que se trata de um estudo preliminar dos dados iniciais coletados na primeira fase da pesquisa. Com base nas respostas apresentadas, buscamos destacar indícios, evidências de que o LeME tem o potencial de contribuir para o desenvolvimento de uma formação com enfoque na competência estatística crítica, conforme delineada na EEC.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A seguir, no Quadro 1, apresentamos algumas respostas à pergunta "Você acha que a estatística é importante para a sua formação pré-profissionalizante no CCMar? Onde você vê a estatística nessa profissão?" a fim de exemplificar o conteúdo das entrevistas realizadas com os estudantes.

Respostas dos estudantes

Quadro 1

Excertos de respostas dos estudantes à pergunta "Você acha que a estatística é importante para a sua formação pré-profissionalizante do CCMar? Onde você vê estatística nessa profissão?" que evidenciam a ECC:

Respostas dos estudantes

"Se tu fosse criar uma padaria, tu teria que pesquisar o gráfico para saber o que as pessoas mais buscam numa padaria, saber quais produtos as pessoas buscam numa padaria. Vê

colocar em vez de pão, colocar, tipo assim, minipizza, um bolo, aí tu vai ali e pesquisa para saber o que as pessoas mais querem na padaria pra tu conseguir vender mais.”

“Com certeza. Se a gente for trabalhar numa padaria, vai ter os caras que vão comprar na padaria. Se tu vê que tipo, tu tá vendendo menos aquilo, tu vai fazer o que tu está vendendo mais, daí tu vai fazer uma pesquisa. Tipo, o que as pessoas mais gostam para ti fazer mais e deixar as outras.”

“É sempre importante aprender alguma coisa nova, vai que tu usa. Como é que tu vai saber que teu cliente está gostando do seu produto se tu não fizer uma pesquisa?”

“Pra gente ter uma noção para coletar dados. E que os outros acham assim, até cada profissão tem uma forma de fazer, né? Acho que ajuda assim, a gente está procurando uma profissão, algo para fazer, acho que é bom.”

“Aparece muito em reportagens. Vamos supor, tipo, vamos votar....política, né? Aí vai lá, 60%, o Lula tá ganhando né, tipo isso, pra gente já ter uma noção do quê que é isso.”

“Muitas das informações hoje em dia dadas na mídia, entregues pela mídia são pela estatística, então entender como isso é feito, eu acho que é uma coisa importante para conscientização pública sobre as informações.”

“Eu acho que estatística é importante, não só na formação do CCMar, mas estatística é importante na minha vida fora do CCMar, na escola ou fora da escola, em qualquer lugar. Porque mesmo a gente odiando matemática, é um bagulho que a gente usa muito.”

Adiante, apresentamos a discussão dos aspectos identificados nas respostas dos estudantes que podem caracterizar uma EEC (Campos, 2007). Outrossim, evidenciamos elementos presentes no LeME e nos PAE, que propulsionam tais ocorrências. Destacamos em itálico os princípios da EEC por nós observados e também uma pequena discussão acerca de cada um desses princípios de acordo com as respostas dos estudantes.

Problematizar o ensino, trabalhar a estatística por meio de projetos: os estudantes mencionam a possibilidade de fazer uma pesquisa para entender as preferências dos clientes, o que se relaciona com a ideia de desenvolver projetos e pesquisas estatísticas dentro de suas áreas de formação e atuação profissional: “Se tu fosse criar uma padaria, tu teria que pesquisar o gráfico para saber o que as pessoas mais buscam numa padaria [...]” (Excerto, Quadro 1). Acreditamos que esse aspecto originou a partir da oportunidade que o estudante teve de problematizar o ensino, aprendendo estatística a partir de investigações e pesquisas estipuladas por si próprio por meio da sua vivência com o PAE.

Os estudantes foram convidados a explorar uma temática de acordo com seus interesses, o que representa uma abordagem que desafia um modelo de ensino expositivo, permitindo aos alunos investigar um tópico de forma crítica, questionadora e reflexiva, com o propósito de aprofundar sua compreensão sobre o assunto (Campos, 2007). Esse enfoque também reflete um ambiente de sala de aula democrático, no qual os alunos têm a autonomia de escolher os temas de pesquisa que estejam alinhados com suas realidades e o contexto de seus cursos pré-profissionalizantes.

Tematização do ensino: os alunos estabeleceram conexões significativas entre a estatística e questões de relevância social, como política e conscientização pública,

evidenciando a aplicabilidade da estatística em situações do cotidiano que ultrapassam os limites do ambiente escolar: “Vamos supor, tipo, vamos votar...política, né? Aí vai lá, 60%, o Lula ta ganhando né, tipo isso, pra gente já ter uma noção do quê que é isso.” (Excerto, Quadro 1). A abordagem baseada em Projetos de Aprendizagem Estatísticos proporcionou aos estudantes uma compreensão prática da utilidade da estatística, ao enfatizar a realização de pesquisas estatísticas com dados reais que se relacionam com o contexto de suas vidas.

Um dos princípios fundamentais desses projetos é que os estudantes têm a liberdade de escolher tópicos de pesquisa de acordo com suas curiosidades, o que não apenas promove o protagonismo estudantil, mas também garante que os temas estejam intrinsecamente ligados à experiência dos estudantes, servindo como uma base sólida para a construção do conhecimento estatístico (Porciúncula, 2022). Empoderamento e protagonismo estudantil, como defendido por Giroux (1997) e Freire (2015), são elementos essenciais na formação de cidadãos críticos e atuantes na sociedade, e representam um dos objetivos fundamentais do LeME como iniciativa pedagógica.

De acordo com Campos (2007), essa característica, juntamente com outras abordagens em seu estudo, possibilita que os estudantes desenvolvam a capacidade crítica e o envolvimento em questões políticas e sociais que sejam relevantes para suas vidas como cidadãos.

Conforme apontado por Skovsmose (2001), um dos pilares fundamentais de uma Educação Crítica é a integração entre o processo de ensino-aprendizagem e os desafios e problemas do mundo real. Além disso, esses problemas devem ser percebidos como relevantes pelos estudantes e devem estar intrinsecamente relacionados às questões sociais prementes. De acordo com Batanero (2019), a conexão com um contexto familiar e significativo para o estudante desempenha um papel crucial na compreensão aprofundada dos conceitos estatísticos. Além disso, a autora argumenta que é essencial encontrar contextos apropriados que proporcionem significado aos diversos métodos estatísticos.

Preparação para interpretar o mundo e promover responsabilidade social: os estudantes enfatizaram a relevância de adquirir novos conhecimentos, particularmente na sua área profissional, e ressaltam a importância da estatística para compreender as necessidades dos clientes e aprimorar produtos ou serviços em resposta a essas demandas: “[...] Como é que tu vai saber que teu cliente está gostando do seu produto se tu não fizer uma pesquisa?” (Excerto, Quadro 1).

Conforme argumentado por Gould (2010), em um cenário de ampla exposição a dados e informações quantitativas, uma formação estatística apropriada é essencial para capacitar os alunos a reconhecerem dados quando se deparam com eles, compreender como a análise de dados pode ser um recurso valioso e, principalmente, dominar a habilidade de realizar essa análise. O autor destaca que, dada a evolução tecnológica contemporânea, é de extrema importância que os estudantes reconheçam o valor das estatísticas na condução de uma análise crítica das informações disponíveis.

Com base no entendimento dos estudantes sobre a importância do conhecimento estatístico, torna-se evidente que eles compreendem a relevância de questionar e analisar

informações, o que, por sua vez, contribui para uma compreensão mais aprofundada da sociedade. Esse nível de consciência pode levar os estudantes a refletirem sobre a transformação do ambiente ao seu redor e a se envolverem em questões sociais, de acordo com Gutstein (2006).

Promoção de julgamentos sobre a validade das ideias e conclusões: os estudantes sublinham a importância da estatística como uma ferramenta essencial para a compreensão das informações disseminadas pela mídia: “Muitas das informações hoje em dia dadas na mídia, entregues pela mídia são pela estatística, então entender como isso é feito, eu acho que é uma coisa importante para conscientização pública sobre as informações.” (Excerto, Quadro 1). Isso habilita a avaliação crítica e a melhoria na compreensão das informações apresentadas. A possível habilidade adquirida pelos alunos nesse processo contribui significativamente para a sua capacidade de interpretar o mundo que os rodeia. Ao interpretar e compreender o uso adequado de gráficos e dados presentes em notícias veiculadas pelos principais meios de comunicação, o estudante pode adquirir uma compreensão mais profunda da sociedade e do mundo, promovendo, assim, o desenvolvimento de uma consciência sociopolítica voltada para a promoção da justiça social (Gutstein, 2006).

Conforme discutido por Knight et al. (2022), a criação, coleta e interpretação de dados com finalidades específicas são moldadas pelos contextos materiais e sociais nos quais esses dados são utilizados e coletados, refletindo características de poder e cultura. Portanto, é fundamental que as pessoas desenvolvam a habilidade de questionar os dados, considerando a natureza resultante do uso e, em alguns casos, do abuso dessas informações, por meio da análise do contexto sócio-histórico em que esses dados estão inseridos (Knight et al., 2022).

Valorização do conhecimento reflexivo: Os estudantes enfatizam a importância de compreender o processo de obtenção, interpretação e apresentação de informações estatísticas pela mídia, o que contribui para uma compreensão mais embasada da realidade. Ao ter a oportunidade de assimilar informações quantitativas relacionadas a fenômenos sociais, o estudante tem a possibilidade de desenvolver uma consciência crítica, conforme delineado por Freire (2015). Essa consciência crítica emerge quando o sujeito se conecta de forma intrínseca com a realidade, o que lhe permite perceber como as coisas e os eventos existem na experiência empírica. Ao compreender a realidade em sua totalidade, o cidadão adquire um papel ativo na transformação de sua própria realidade.

De acordo com Gal (2019), o propósito fundamental do ensino de estatística é capacitar os estudantes a adquirir a habilidade e a motivação para se envolver e atribuir significado às mensagens estatísticas que lhes são apresentadas como cidadãos. Isso envolve, também, a capacidade de identificar dados manipulados, desinformação e fontes duvidosas que são divulgadas como notícias pela mídia.

Segundo Campos (2007), a reflexão dos estudantes sobre o papel da estatística em seu contexto social e político resulta no desenvolvimento de uma consciência crítica. O aluno percebe que o conhecimento estatístico o capacita a compreender as estruturas sociais presentes em sua comunidade, ao conscientizar-se das informações quantitativas relativas a fenômenos que permeiam os diversos aspectos da sociedade.

Incentivo à constante avaliação e desenvolvimento do pensamento estatístico: os estudantes reconhecem a estatística como uma disciplina de ampla aplicabilidade, mesmo que não nutra uma afinidade particular pela matemática, o que indica uma compreensão mais profunda do valor intrínseco do conhecimento estatístico: “Eu acho que estatística é importante, não só na formação do CCMar, mas estatística é importante na minha vida fora do CCMar, na escola ou fora da escola, em qualquer lugar. Porque mesmo a gente odiando matemática, é um bagulho que a gente usa muito.” (Excerto, Quadro 1). A percepção dos estudantes quanto à relevância da estatística constitui o ponto de partida fundamental rumo ao exercício de uma cidadania ativa e preparada para decifrar as mensagens e tomadas de decisão de seus líderes, bem como para colaborar na promoção de transformações sociais (Batanero, 2019).

Ao ter a oportunidade de assimilar informações quantitativas relacionadas a fenômenos sociais, o estudante se depara com a possibilidade de desenvolver uma consciência crítica. Para Freire (2015), a consciência crítica emerge quando a percepção do sujeito se integra plenamente com a realidade, permitindo-lhe compreender a verdadeira natureza das coisas e dos eventos na experiência empírica.

Valorização da análise estatística para tomada de decisões: os estudantes demonstram uma compreensão da importância da pesquisa estatística em diversas áreas, incluindo política e votação, nas quais as porcentagens e resultados estatísticos são cruciais para identificar tendências e padrões na sociedade. Além disso, os alunos ressaltam que a estatística é valiosa não apenas para sua formação profissional no CCMar, mas também para sua vida cotidiana tanto dentro como fora da instituição.

Os estudantes fazem menção à aplicabilidade da estatística em situações práticas, como no contexto da abertura de uma padaria, onde a pesquisa de mercado, com o auxílio de gráficos, pode ser um recurso eficaz para identificar quais produtos têm demanda no mercado, contribuindo para um planejamento mais eficiente.

De acordo com Gal (2019), o objetivo geral do ensino de estatística é preparar os alunos para que, quando saírem da sala de aula, sejam capazes e estejam dispostos a se envolver eficazmente e a dar sentido às estatísticas e mensagens estatísticas que lhes são apresentadas, seja como cidadãos ou consumidores de informações estatísticas.

Campos et al. (2011) argumentam que a estatística não apenas contribui para a pesquisa científica, mas também promove o desenvolvimento de uma postura reflexiva, investigativa e crítica nos alunos em um mundo globalizado, que frequentemente exige tomadas de decisões em situações de incerteza, devido ao constante acúmulo de informações. As competências estatísticas, incluindo o Letramento Estatístico, o Pensamento Estatístico e o Raciocínio Estatístico, estão intrinsecamente ligadas a uma formação voltada para o exercício da cidadania crítica, influenciando, assim, a percepção da estatística em diversos contextos, como no ambiente de trabalho, na interpretação de notícias da mídia e em outras situações de relevância para o indivíduo.

Desenvolvimento de uma consciência crítica sobre o papel da estatística no contexto social e político no qual o estudante se encontra inserido: os estudantes reconhecem que

muitas informações divulgadas pela mídia são fundamentadas em estatísticas, e a compreensão da geração dessas informações é fundamental para uma apreciação mais aprofundada e crítica do conteúdo apresentado pela mídia. Essa perspectiva, como descrito por Lesser (2007), promove a conscientização sobre questões de justiça social e capacita os alunos a se tornarem participantes ativos em uma democracia, capazes de refletir criticamente sobre o papel presente e potencial da estatística na sociedade.

Em uma sociedade onde os dados desempenham um papel fundamental, como destacado por Ben-Zvi e Garfield (2004), é imperativo que os indivíduos possam interpretar e analisar criticamente dados quantitativos e estatísticas, a fim de se tornarem cidadãos críticos. O estudante, ao perceber a importância do conhecimento estatístico que adquiriu, dá passos em direção a uma conscientização crítica do seu ambiente social (Freire, 2015).

A capacidade de interpretar estatísticas sociais relacionadas a fenômenos da sociedade também equivale a compreender os fatos da realidade e perceber o mundo como ele é. O conhecimento estatístico permite ao indivíduo transcender de uma consciência ingênua, na qual se acredita superior aos fatos, para uma consciência integrada à realidade, que é "a representação das coisas e dos fatos como eles ocorrem na experiência empírica" (Freire, 2015, p. 101).

Em relação à implementação do LeME de maneira geral, é importante destacar que, devido à natureza da experiência no desenvolvimento do PAE, os alunos puderam colaborar em grupos com seus colegas e também trabalhar de forma independente, desenvolvendo habilidades de interação social e adquirindo novos conceitos através de sua própria experiência ao criar gráficos, tabelas, coletar e organizar dados.

Entretanto, é relevante observar que, embora tenham sido identificados vários aspectos da Educação Estatística Crítica, conforme delineado por Campos (2007), nas respostas dos estudantes, alguns aspectos adicionais da EEC relacionados ao LeME não foram claramente evidenciados por se tratar de uma análise preliminar. Estes incluem a utilização de tecnologia, a ênfase na escrita, a flexibilidade no cronograma de desenvolvimento dos tópicos, e a integração do conhecimento produtivo e diretivo. Tais aspectos podem ser mais bem explorados em outros trechos da pesquisa de doutorado em andamento, inclusive nas respostas dos estudantes a outras questões das entrevistas. Essa observação destaca um ponto relevante em nossa investigação, chamando a atenção para possíveis aspectos que poderiam aprimorar o LeME como um ambiente ainda mais propício para a promoção da Educação Estatística Crítica.

No Quadro 2, é apresentada uma síntese com os aspectos observados por nós no LeME que podem contribuir com uma formação estatisticamente crítica:

Quadro 2

Síntese dos aspectos observados no LeME que podem contribuir com uma formação estatística de acordo com as características da EEC

Aspectos da EEC observados no LeME	Síntese
Problematização do ensino com o trabalho por meio de Projetos de Aprendizagem Estatísticos	Problematização do ensino
Incentivo aos alunos para que analisem e interpretem os resultados de suas pesquisas levando em conta o contexto das temáticas.	Interpretação dos resultados
Tematização do ensino, possibilitando o debate de questões sociais e políticas relacionadas ao contexto real de vida dos alunos.	Tematização do ensino
Promoção de julgamentos sobre a validade das ideias e das conclusões, fomento à criticidade.	Fomento à criticidade
Preparar o aluno para interpretar o mundo, praticar o discurso da responsabilidade social a partir dos conhecimentos estatísticos mobilizados durante o PAE.	Engajamento na transformação da sociedade
Valorizar o conhecimento reflexivo em conjunto com o conhecimento tecnológico para o desenvolvimento de uma consciência crítica sobre o papel da Estatística no contexto social e político no qual o estudante se encontra inserido a partir dos conhecimentos estatísticos mobilizados durante o PAE.	Desenvolvimento de uma consciência crítica
Avaliação do desenvolvimento do raciocínio, pensamento e letramento estatístico a partir da constatação dos conhecimentos estatísticos adquiridos ao longo do desenvolvimento do PAE.	Avaliação do conhecimento estatístico adquirido

Este artigo ilustra como uma abordagem educacional crítica em estatística pode contribuir para uma compreensão mais profunda do papel da estatística em diversas facetas da vida, preparando os alunos para serem cidadãos informados e capazes de tomar decisões embasadas em dados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente texto se propôs a analisar os indícios da Educação Estatística Crítica na implementação do LeME na formação dos estudantes do CCMar. Tal análise se pautou principalmente nos referenciais sobre a Educação Estatística Crítica.

Para realizar essa análise, foram consideradas respostas dos alunos a uma pergunta de uma entrevista, que indagava: "Você acha que a estatística é importante para a sua formação pré-profissionalizante no CCMar? Onde você vê a estatística nessa profissão?".

A análise das respostas evidenciou indícios da EEC no contexto do LeME, que utiliza a metodologia de Projeto de Aprendizagem Estatístico. Foi observado que os estudantes foram capazes de estabelecer conexões entre a estatística e questões sociais, reconhecendo a importância da estatística em diversos contextos, como na compreensão das informações veiculadas pela mídia, o que levou a reflexões sobre seu aprendizado. Os alunos

demonstraram compreender a relevância da pesquisa estatística em áreas como política e votação, onde porcentagens e resultados estatísticos são usados para entender tendências e padrões na sociedade. Eles também reconheceram que muitas informações divulgadas pela mídia têm dados estatísticos, e compreender como essas informações são geradas é crucial para uma compreensão mais profunda e crítica do que é apresentado pelos veículos de informação.

É importante destacar que este texto não abordou todas as características da EEC de acordo com os critérios analisados por se tratar de uma análise preliminar. Isso sugere a necessidade de uma análise mais aprofundada dos demais conjuntos de dados da pesquisa em andamento, a fim de obter uma compreensão mais abrangente dos sinais da EEC incorporados pelo LeME.

A partir dos aspectos da EEC observados no LeME por meio do desenvolvimento de PAE, acredita-se que o LeME tem o potencial de contribuir para a formação estatisticamente crítica dos alunos, proporcionando a eles habilidades e conhecimentos estatísticos, promovendo o Letramento Estatístico e permitindo uma compreensão mais profunda do papel da estatística no contexto social e político em que estão inseridos.

REFERÊNCIAS

- Batanero, C. (2019). Statistical sense in the information society. En K. O. Villalba-Condori, A. Adúriz-Bravo, F. J. García-Peñalvo y J. Lavonen (Eds.), *Proceedings of the Congreso Internacional Sobre Educación y Tecnología en Ciencias – CISETC* (pp. 28-38). Aachen, Germany: CEUR-WS.org. <https://ceur-ws.org/Vol-2555/paper2.pdf>.
- Bender, W. N. (2014). *Aprendizagem baseada em projetos: educação diferenciada para o século XXI*. Penso.
- Ben-Zvi, D. & Garfield, J. (2004). Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking: Goals, Definitions, and Challenges. In: Ben-Zvi, D. & Garfield, J. (Org.). *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*. (pp. 17-46). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Básica. <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/base>.
- Campos, C. R. (2007). *A educação estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da estatística em cursos de graduação*. [Tese de doutorado em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista]. https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/102161/campos_cr_dr_rela.pdf?sequ.
- Campos, C. R.; Jacobini, O. R.; Wodewotzki, M. L. L. & Ferreira, D. H. L. (2011). Educação Estatística no Contexto da Educação Crítica. *Bolema*, 24(39), 473-494. <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/5104>.

- Feitosa, M. S. & Paiva, J. A. (2022). *Feira de Ciências: estratégia de ensino-aprendizagem por meio de projetos na perspectiva de letramento e divulgação científica*. São Paulo: Dialética.
- François, K. & Bracke, N. (2006). Teaching Statistics in a Critical Way. Historical, Philosophical and Political Aspects of Statistics. In *Finds and Results from the Swedish Cyprus Expedition: A Gender Perspective at the Medelhavsmuseet*. (ICOTS-7) Working Cooperatively in Statistics Education. Session 8D: History and the teaching of Statistics. 2-7 July 2006, Salvador, Bahia, Brazil. https://iase-web.org/documents/papers/icots7/8D_2_FRAN.pdf?1402524966
- Freire, P. (2015). *Educação como prática da liberdade*. Paz e Terra.
- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25. <https://doi.org/10.2307/1403713>.
- Gal, I. (2019). Understanding statistical literacy: About knowledge of contexts and models. In J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*, pp. 1-15. <http://hdl.handle.net/10481/55029>.
- Giroux, H. A. (1997). *Os professores como intelectuais: rumo a uma pedagogia crítica*. Artes Médicas.
- Gould, R. (2010). Statistics and the modern student. *International Statistical Review*, 78(2), 297-315. <https://www.jstor.org/stable/27919839>.
- Gould, R. (2017). Data literacy is statistical literacy. *Statistics Education Research Journal*, 16(1), 22-25.
- Gutstein, E. (2006). *Reading and writing the world with mathematics: Toward a pedagogy for social justice*. Taylor & Francis.
- Knight, S., Matuk, C. & DesPortes, K. (2022). Guest Editorial: Learning at the Intersection of Data Literacy and Social Justice. *Educational Technology & Society*, 25(4), 70-79. <https://opus.lib.uts.edu.au/handle/10453/164887>.
- Lesser, L. (2007). Critical values and transforming data: Teaching statistics with social justice. *Journal of Statistics Education*, 15(1). <https://doi.org/10.1080/10691898.2007.11889454>.
- Pereira, F. A., Giordano, C. C. & Diniz, L. N. (2023). Desinformação, estatísticas cívicas e a Base Nacional Comum Curricular: o letramento estatístico como suporte à democracia brasileira. In *XVI Conferência Interamericana de Educação Matemática*, Lima. <https://ciaem-iacme.org/wp-content/uploads/2023/10/2023-Volumen6-Tema-5-Provisional.pdf>.

Porciúncula, M. (2022). *LeME - Letramento Multimídia Estatístico: Projetos de aprendizagem estatísticos na Educação Básica e Superior*. Curitiba: Appris.

Skovsmose, O. (2001). *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Papirus.

Yin, R. (2016). *Pesquisa qualitativa do início ao fim*. Penso.

De la pregunta a la decisión: fomentando el pensamiento estadístico en estudiantes universitarios

From question to decision: Fostering statistical thinking in university students

Roberto Carlos Barrientos Medina¹

¹Universidad Autónoma de Yucatán, México (rcbm73@gmail.com)

Cómo citar este artículo:

Barrientos Medina, R. C. (2024). De la pregunta a la decisión: fomentando el pensamiento estadístico en estudiantes universitarios. *Educación y ciencia*, 13(61), 120-129.

Recibido: 3 de noviembre de 2023 | Aceptado: 26 de abril de 2024 | Publicado: 15 de julio de 2024

Resumen

Este artículo describe una experiencia educativa, un seminario sobre el pensamiento estadístico impartido a estudiantes de ciencias biológicas y agropecuarias. Se destaca la importancia de la alfabetización y el pensamiento estadístico en la formación de estos estudiantes. A través del análisis de los intereses y motivaciones de los participantes, se adaptó el seminario para abordar conceptos clave del pensamiento estadístico. Se ejemplificó con un caso real en ecotoxicología, enfatizando la importancia de un enfoque práctico en la enseñanza estadística. Finalmente, se analiza la evolución de la comprensión de los participantes y las lecciones clave aprendidas, subrayando la relevancia de la alfabetización estadística y el pensamiento estadístico en su formación académica.

Palabras clave: estadística; visualización de datos; correlación; inferencia estadística

Abstract

This article describes an educational experience, a seminar on statistical thinking delivered to students of biological and agricultural sciences. It highlights the importance of statistical literacy and thinking in the education of these students. Through the analysis of the participants' interests and motivations, the seminar was adapted to address key concepts of statistical thinking. It was exemplified with a real case in ecotoxicology, emphasizing the importance of a practical approach in statistical education. Finally, the evolution of the participants' understanding and key lessons learned is analyzed, emphasizing the relevance of statistical literacy and statistical thinking in their academic development.

Keywords: statistics; data visualization; correlation; statistical inference

INTRODUCCIÓN

Actualmente, se considera que la estadística debe formar parte de la herencia cultural de los ciudadanos (Batanero, 2004). Es por eso que se ha incorporado, como asignatura formal o como temas transversales, a los currículos de diferentes niveles educativos. En su enseñanza, se deben perseguir dos objetivos (Batanero, 2000): la comprensión y apreciación

de la importancia de la estadística para la sociedad, así como la comprensión y valoración del método estadístico como medio para la resolución de problemas.

En el proceso de enseñanza de la estadística, la inclusión de la instrucción formal sobre el pensamiento estadístico es de suma importancia (Aliaga et al., 2005; American Statistical Association [ASA], 2016). El pensamiento estadístico puede definirse como el proceso que permite la resolución de problemas desde el planteamiento de preguntas relevantes desde un contexto, la recolección de datos pertinentes, la exploración adecuada de los datos para visualizar y apreciar la variación existente, elegir el procedimiento de inferencia estadística más apropiado para el caso e inclusive generar nuevas preguntas de investigación (Snee, 1990; Chance, 2002; Pfannkuch y Wild, 2004).

A pesar de lo anterior, autores como Behar y Grimma (2004) se preguntan si en realidad estamos formando profesionales capaces de utilizar las habilidades relacionadas con el pensamiento estadístico o si la educación estadística a este nivel se enfoca únicamente en algoritmos y cálculos. En el campo particular de las ciencias biológicas y agropecuarias, la existencia de textos especializados en las aplicaciones de la Estadística en la Biología (Scheffler, 1979; Zar, 1999), la Ciencia Animal (Kaps y Lamberson, 2004; Petrie y Watson, 2006) y la Agronomía (Balzarini et al., 2012), señalan su importancia en la formación de los profesionales de estas disciplinas. Sin embargo, como se puede apreciar en las tablas de contenido de las obras antes señaladas, el énfasis se encuentra en los métodos analíticos, más que en el pensamiento que debe llevar a la aplicación (Dalsey, 1979; Gigerenzer, 1998). Por lo tanto, es importante exponer explícitamente a los estudiantes al pensamiento estadístico.

Con base en lo anterior, se ofreció un seminario de dos horas y media a los estudiantes, tanto de licenciatura como de posgrado, del campus de Ciencias Biológicas y Agropecuarias de la Universidad Autónoma de Yucatán, con el fin de introducirlos en el proceso del pensamiento estadístico. En este artículo se describe esta experiencia educativa, al tiempo que se reflexiona sobre sus utilidades y potencialidades.

Explorando el pensamiento estadístico

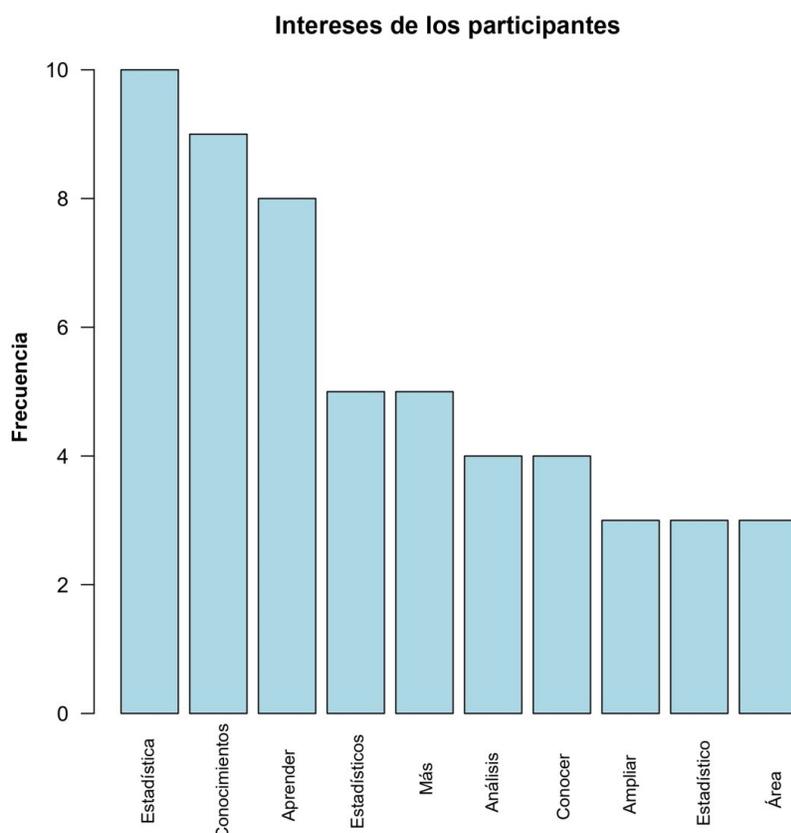
El seminario se llevó a cabo el 12 de mayo de 2023. Durante el mes previo, se promovió el evento en diversas redes sociales y a los estudiantes que confirmaron su interés por correo electrónico (n=26), se les envió el enlace de un formulario de Google, en el que además de datos generales y de contacto, se les preguntó sobre sus intereses y motivaciones para inscribirse al seminario, dado que tanto el tema era novedoso para ellos y la forma de abordarlo resultara de interés.

Para analizar los intereses y motivaciones de los estudiantes, se recurrieron a técnicas de análisis relacionadas con la minería de datos de texto (Solka, 2008), para extraer patrones relevantes incluidos en las respuestas de los participantes inscritos. Para este fin, se concentraron todas las opiniones de cada tema (intereses y motivaciones) en un solo documento, el cual se sometió al procedimiento de curado y análisis descrito por Mendoza-Vega (2016), implementado en el ambiente de programación R (R Core Team, 2023).

Las palabras más frecuentes citadas por los participantes en sus intereses fueron *estadística*, *conocimientos* y *aprender*. Al indagar sobre las asociaciones de los términos estadística y pensamiento (puesto que se encuentran en el corazón del seminario) en los intereses señalados por los participantes, en el primer caso la correlación más alta fue con *análisis* ($r= 0.60$), mientras que en el segundo las asociaciones más altas fueron con *entenderlo*, *estadístico*, *futuro*, *usarlo* y *acerca*, todas ellas con una $r= 0.69$.

Figura 1

Frecuencia de las palabras relacionadas con los intereses de los participantes

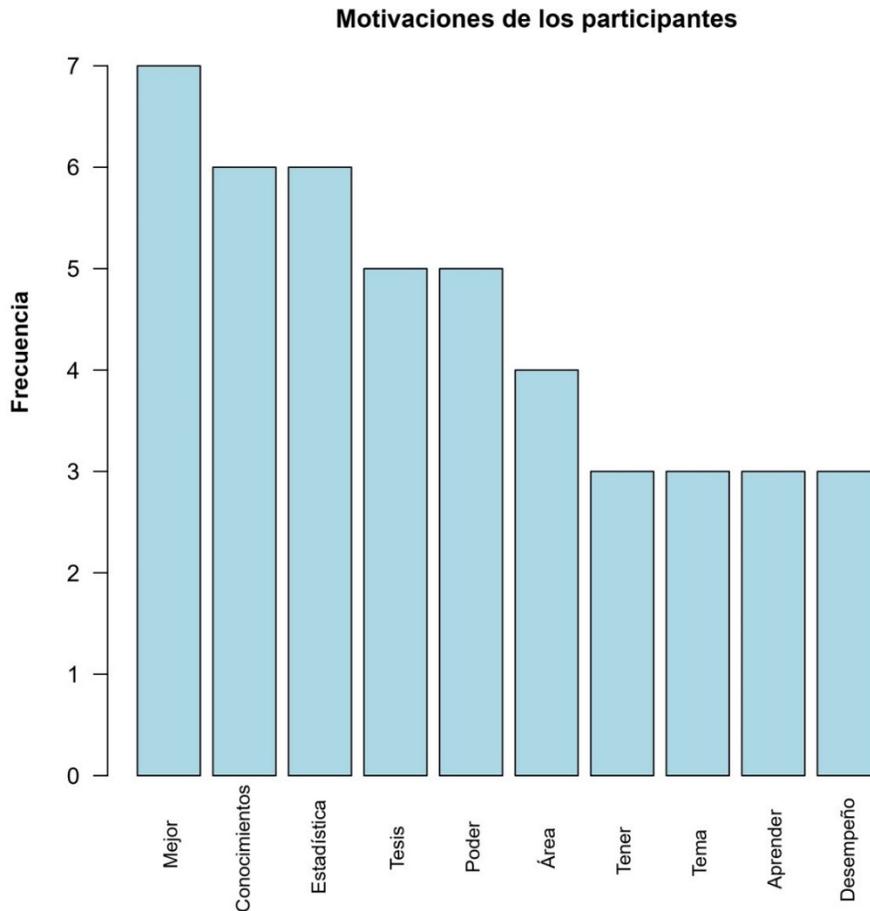


Nota. Elaboración propia.

En cuanto a las motivaciones, las palabras más frecuentes fueron *mejor*, *conocimientos* y *estadística*. En este punto, se encontró que las asociaciones más relevantes para estadística y conocimientos fueron *Egel*, *fortalecer* y *preparación*, todas con una $r= 0.37$.

Figura 2

Frecuencia de las palabras relacionadas con las motivaciones de los participantes



Nota. Elaboración propia.

Después de la revisión del nivel académico de los estudiantes inscritos y considerando tanto sus intereses como motivaciones, se tomó la decisión de dividir el seminario en dos partes. En la primera, se presentó la definición y las características principales de las etapas del pensamiento estadístico:

1. Formulación del problema de interés
2. Diseño del estudio
3. Recolección de datos
4. Análisis de los datos
5. Interpretación de los resultados
6. Comunicación de los resultados

En la segunda parte, se ejemplificó el proceso con el examen de un caso real. Esta parte se describe con detalle en la siguiente sección.

Estudio de un caso práctico en Ecotoxicología

Para ejemplificar el proceso del pensamiento estadístico, se empleó el estudio de Franco-Zubieta (2019), sobre la determinación del daño genotóxico en el sapo costero (*Incilius valliceps*).

Tabla 1

Etapas del proceso de pensamiento estadístico aplicadas al estudio de caso

Etapa	Elementos relevantes
Formulación del problema de interés	Contaminación ambiental
	Especies indicadoras
	Biomarcadores
	Objetivo del trabajo
Diseño del estudio	Áreas (expuesta a plaguicidas, control o referencia)
	Estrategias y técnicas de muestreo
Recolección de datos	Variable de respuesta
	Recolección de muestras de sangre
	Conteo de micronúcleos
Análisis de los datos	Determinación de las variables (factores, respuesta)
	Elección del contraste de hipótesis
	Tamaño del efecto
Interpretación de los resultados	Análisis de supuestos
	Inferencia estadística
	Alternativas de análisis
Comunicación de los resultados	Elementos esenciales de la reproducibilidad de la ciencia

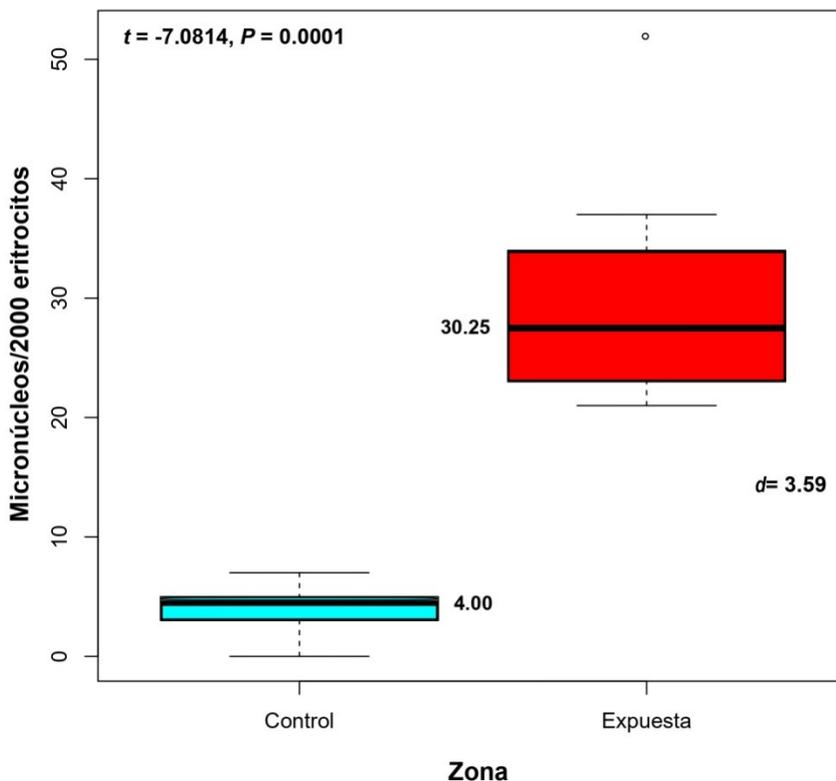
Nota. Elaborado con base en Franco-Zubieta (2019).

En la exposición se resaltó la importancia de tener un contexto disciplinar (epistémico) adecuado, del cual se derivan la pregunta de investigación, la hipótesis asociada y el diseño estadístico de la investigación, que se relaciona de manera directa con la estrategia de muestreo y con las técnicas de recolección de los datos.

En las secciones de análisis de los datos se hizo énfasis en el correcto uso de las técnicas de exploración (tanto numéricas como de visualización de datos), que además de permitir la familiarización con los datos ayudan a elegir el contraste de hipótesis adecuado. También se hizo hincapié en cómo realizar apropiadamente la inferencia estadística, que debe incluir una medida del tamaño del efecto en el caso de que se presenten diferencias significativas.

Figura 3

Resumen de los resultados del análisis estadístico, incluyendo el tamaño del efecto (d)



Nota. Elaboración propia.

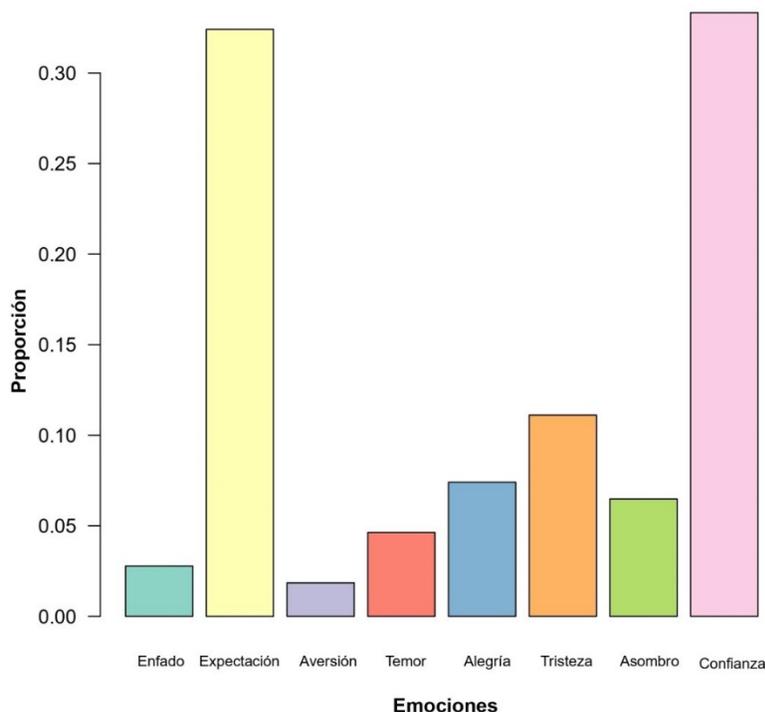
Finalmente, después de hablar de algunos métodos alternativos de análisis (pruebas no paramétricas, métodos de remuestreo, modelos lineales generalizados), se abordó la importancia de comunicar adecuadamente los resultados de las investigaciones, en el marco de los elementos de la ciencia reproducible (Munafó et al., 2017). También se mencionó el uso de herramientas como R Markdown (Baumer y Udwin, 2015), que permiten tener un reporte detallado de todo el proceso de análisis de datos, el cual puede incorporarse a las evidencias relacionadas con la generación de la investigación.

Evolución de la alfabetización y el pensamiento estadístico

En el análisis de las reflexiones de los participantes sobre la evolución de su comprensión de la alfabetización estadística y el pensamiento estadístico, se utilizó el procedimiento descrito por Isasi (2021), relacionado con el análisis de sentimientos, también en el ambiente de programación R. Las emociones con mayor proporción fueron la confianza y la expectativa, mientras que la menos representada fue la aversión.

Figura 4

Emociones más representativas de los participantes en relación con su comprensión de los temas tratados.



Nota. Elaboración propia.

Los temas de mayor impacto, de acuerdo con lo señalado por los participantes, fueron *alfabetización estadística* (tres menciones), *análisis e interpretación de datos* (tres menciones), *aplicación correcta de la estadística* (dos menciones) y la *importancia del pensamiento estadístico en el proceso de investigación* (dos menciones).

CONCLUSIONES

En este artículo se ha descrito la experiencia educativa de la impartición de un seminario sobre el pensamiento estadístico. Las conclusiones derivadas son las siguientes.

De acuerdo con los temas de mayor impacto señalado por los participantes, resulta evidente la necesidad de integrar, de manera explícita, la alfabetización estadística y el pensamiento estadístico en la formación de estudiantes de ciencias biológicas y agropecuarias y, en general, de cualquier estudiante universitario. Estos elementos son esenciales para abordar los problemas de investigación (Taplin, 2003; Tong, 2019) y tomar

decisiones informadas en distintos contextos: científico, académico, docente y, en general, en la vida diaria.

Aunque el impacto del seminario se considera proximal, cercano a la participación de los estudiantes en la experiencia educativa, con el análisis de sus reacciones se pudieron identificar algunos aspectos clave, como la alfabetización estadística (en particular, la interpretación de datos) y la aplicación correcta de la estadística en el proceso de investigación. Estas habilidades deben enseñarse de manera explícita para promover un efecto positivo en los estudiantes, el cual puede ayudar a reducir la ansiedad ante el aprendizaje estadístico.

La estrategia de utilizar un formulario de Google para recabar información sobre los intereses y motivaciones de los participantes registrados en el seminario, además de permitir el análisis estadístico de estos aspectos (Tapia, 2015), facilitó el establecimiento del enfoque adecuado para el seminario. Una fortaleza de la experiencia fue el análisis de un caso práctico y real, un ejercicio de investigación enmarcado en la disciplina de la ecotoxicología. Esto subraya la relevancia de utilizar ejemplos propios de la disciplina científica que cultivan los estudiantes para promover el entendimiento y la apreciación de la estadística.

Otra fortaleza del seminario fue abordar la importancia de la ciencia reproducible y de utilizar herramientas como R Markdown (Baumer y Udwin, 2015) para la documentación detallada del proceso de análisis de datos y la promoción de la transparencia en la investigación y la comunicación adecuada de los resultados.

En resumen, esta experiencia educativa refleja la necesidad de una educación estadística más centrada en el pensamiento y la alfabetización estadística, con aplicaciones prácticas en el contexto de las ciencias biológicas y agropecuarias. El seminario ofrecido destaca cómo estas habilidades pueden impulsar su desarrollo profesional, preparándolos para enfrentar la toma de decisiones informadas en sus futuras investigaciones y carreras, así como en la vida cotidiana.

REFERENCIAS

- Aliaga, M., Cobb, G., Cuff, C., Garfield, J., Gould, R., Lock, R., Moore, T., Rossman, A., Stephenson, B., Utts, J., Velleman, P., & Witmer, J. (2005). *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) College Report*. https://www.amstat.org/asa/files/pdfs/GAISE/2005GaiseCollege_Full.pdf.
- American Statistical Association [ASA] Revision Committee (2016). *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education College Report 2016*. https://www.amstat.org/asa/files/pdfs/GAISE/GaiseCollege_Full.pdf.
- Balzarini, M., Di Rienzo, J., Tablada, M., Gonzalez, L., Bruno, C., Córdoba, M., Robledo, W. y Casanoves, F. (2012). *Estadística y biometría. Ilustraciones del uso de Infostat en problemas de agronomía*. Universidad Nacional de Córdoba.
- Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix*, 15, 2-13.

- Batanero, C. (2004). Los retos de la cultura estadística. *Yupana, Revista de Educación Matemática de la UNL*, 1, 27-36. <http://dx.doi.org/10.14409/ya.v1i1.238>
- Baumer, B. y Udwin, D. (2015). R markdown. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, 7(3), 167-177. <http://dx.doi.org/10.1002/wics.1348>
- Behar-Gutiérrez, R. y Grima-Cintas, P. (2004). La Estadística en la Educación Superior ¿Formamos Pensamiento Estadístico? *Ingeniería y competitividad*, 5(2), 84-90.
- Chance, B. L. (2002). Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment. *Journal of Statistics Education*, 10(3). <http://dx.doi.org/10.1080/10691898.2002.11910677>
- Daisley, P. (1979). Statistical thinking rather than statistical methods. *Journal of the Royal Statistical Society, Series D (The Statistician)*, 28(4), 231-239.
- Franco-Zubieta, P. (2019). Determinación de daño genotóxico en el sapo costero *Incilius valliceps* (Wiegmann, 1833) en el área natural protegida "San Juan Bautista Tabi y anexa Sacnicté", Yucatán, México [Tesis profesional, Universidad Autónoma de Yucatán].
- Gigerenzer, G. (1998). We need statistical thinking, not statistical rituals. *Behavioral and Brain Sciences*, 21(2), 199-200.
- Isasi, J. (2021). *Análisis de sentimientos en R con 'syuzhet'*. <https://programminghistorian.org/es/lecciones/analisis-de-sentimientos-r>.
- Kaps, M. y Lamberson, W. R. (2004). *Biostatistics for Animal Science*. CABI Publishing.
- Mendoza-Vega, J. B. (2016). *Introducción a la minería de textos con R*. <https://rpubs.com/jboscomendoza/mineria-de-textos-con-r>.
- Munafò, M. R., Nosek, B. A., Bishop, D. V., Button, K. S., Chambers, C. D., Percie du Sert, N., Simonsohn, U., Wagenmakers, E., Ware, J. J. y Ioannidis, J. (2017). A manifesto for reproducible science. *Nature human behaviour*, 1(1), 1-9. <http://dx.doi.org/10.1038/s41562-016-0021>
- Pfannkuch, M. y Wild, C. (2004). Towards an understanding of statistical thinking. En Ben-Zvi, D. y Garfield, J. *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 17-46). Dordrecht: Springer Netherlands.
- Petrie, A. y Watson, P. (2006). *Statistics for Veterinary and Animal Science* (2a ed.). Blackwell Publishing.
- R Core Team (2023). R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <<https://www.R-project.org/>>.

- Scheffler, W. C. (1979). *Statistics for the Biological Sciences*, Second Edition. Reading: Addison-Wesley Publishing.
- Snee, R. D. (1990). Statistical thinking and its contribution to total quality. *The American Statistician*, 44(2), 116-121. <http://dx.doi.org/10.2307/2684144>
- Solka, J. L. (2008). Text data mining: theory and methods. *Statistical Surveys*, 2, 94-112. <http://dx.doi.org/10.1214/07-SS016>
- Tapia, P. (2015). Extracción y análisis de datos estadísticos en el nivel superior a través del uso de los Formularios de Google. En Morales, E., Moranchel, M., Aureola, S. y Ángeles, B. *Diálogos, Las TIC en la Universidad* (pp. 319-326). México: Universidad Autónoma Metropolitana, Red Innovación Educativa y Apropiación Tecnológica, Grupo Editorial Hess.
- Taplin, R. H. (2003). Teaching statistical consulting before statistical methodology. *Australian & New Zealand Journal of Statistics*, 45(2), 141-152.
- Tong, C. (2019). Statistical inference enables bad science; statistical thinking enables good science. *The American Statistician*, 73(sup1), 246-261.
- Zar, J. H. (1999). *Biostatistical analysis* (4a ed.). Prentice Hall

Diseño de una trayectoria de desarrollo de prácticas para la enseñanza de la inferencia bayesiana en bachillerato

Design of a learning trajectories of the development based on practices for teaching Bayesian inference in high school

Cristian Guadalupe Paredes-Cancino¹ y Gisela Montiel Espinosa²

¹Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, México (cristian.paredes@cinvestav.mx) y ²Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, México (gmontiele@cinvestav.mx)

Cómo citar este artículo:

Paredes Cancino, C. G. y Montiel Espinosa, G. (2024). Diseño de una trayectoria de desarrollo de prácticas para la enseñanza de la inferencia bayesiana en bachillerato. *Educación y ciencia*, 13(61), 130-155.

Recibido: 3 de noviembre de 2023 | Aceptado: 26 de abril de 2024 | Publicado: 15 de julio de 2024

Resumen

Situados en la investigación cuyo interés es la creación de estrategias que favorezcan formas de pensamiento propias del conocimiento estocástico, este artículo expone la primera fase de una investigación de diseño en el marco del campo disciplinar, resaltando la problemática particular de la inferencia bayesiana. La propuesta está fundamentada, principalmente, en un modelo epistemológico basado en prácticas, desde la socioepistemología, y guiada metodológicamente por la construcción de Trayectorias de Aprendizaje. Como resultado, se propone una trayectoria de desarrollo de prácticas para explorar la actividad estocástica de estudiantes de bachillerato sobre la inferencia binomial bayesiana. A manera de reflexión, planteamos que las tareas del diseño fomentan formas de razonamiento que subyacen a la visión bayesiana de la inferencia y se alinean con elementos de alfabetización estadística y probabilística para formar ciudadanos críticos. Una futura fase de implementación nos permitirá validar el diseño, más aún, robustecer el modelo epistemológico de partida.

Palabras clave: diseño didáctico; inferencia bayesiana; socioepistemología; teorema de bayes; trayectoria de desarrollo de prácticas

Abstract

In the context of the research whose interest is the creation of didactic strategies that favor stochastic ways of thinking, this article presents the first phase of a design research within the framework of the disciplinary field, highlighting the specific problem of Bayesian inference. The proposal is mainly based on an epistemological model based on practices, from socioepistemology, and methodologically guided by the construction of Learning Trajectories. As a result, a trajectory of practice development is proposed to explore the stochastic activity of high school students on Bayesian binomial inference. As a reflection, we posit that the design tasks foster forms of reasoning that underlie the Bayesian view of inference and align with elements of statistical and probabilistic literacy to form critical citizens. A future implementation phase will allow us to validate the design and, furthermore, to propose a more robust epistemological model.

Keywords: didactic design; bayesian inference; socioepistemology; bayes theorem; practices development trajectory

INTRODUCCIÓN

Diversos estudios constatan que el razonamiento de las personas ante situaciones de incertidumbre es inconsistente, tanto en la infancia como en la adultez, es decir, sin importar su desarrollo cognitivo es posible identificar fragilidad en sus argumentaciones ante la toma de decisiones. Por ejemplo, se han detectado numerosos sesgos y obstáculos, concepciones intuitivas y el uso de esquemas heurísticos (Azcárate y Cardeñoso, 2011; Hernández-Solís, 2023; Kaplar et al., 2021). A su vez, el uso adecuado de la información estadística es hoy un factor esencial que garantiza el buen funcionamiento de cada ciudadano en la sociedad. Por este motivo, la necesidad de promover la educación estadística entre la población y la investigación en el sistema educativo.

En cuanto al escenario escolar, si bien ha habido un avance notorio a nivel internacional en la integración de la estadística y la probabilidad –estocástico– en el currículo, este no ha sido homogéneo en todos los países; ejemplo de ello es lo que reportan los estudios de Burrill (2023) y Vásquez y Cabrera (2022) que muestran el estado de la educación estocástica en diferentes países del mundo. Estos resultados son un indicador del esfuerzo de una comunidad por integrar esta área como un componente básico de la formación general de todo ciudadano; sin embargo, aún la forma de enseñanza de algunas nociones estocásticas sigue siendo limitada, por una parte, a su escasa investigación y, por otra, a la falta de estudios sobre el conocimiento del profesorado sobre estos conceptos y la presencia de sesgos en su enseñanza (Batanero y Álvarez-Arroyo, 2024; Cardeñoso et al., 2017; Rodríguez-Alveal et al., 2018).

Ante este panorama y la necesidad de que las personas estén capacitadas para leer, analizar y comprender información de manera crítica, han surgido iniciativas desde la investigación y la reflexión en la enseñanza de estocástico.

Uno de los llamados, durante las últimas dos décadas, ha sido a que la enseñanza de estocástico se centre más en *la alfabetización, el razonamiento y el pensamiento estadístico y probabilístico* (Gal, 2002, 2005; Batanero et al., 2016; Borovcnik, 2016; Chance, 2002; Garfield y Ben-Zvi, 2008; Wild y Pfannkuch, 1999), en vista de que el enfoque tradicional está centrado en procedimientos y cálculos, y esto no lleva a que el estudiantado desarrolle su pensamiento (Makar y Ben-Zvi, 2011).

Otro llamado ha sido enfocarse en promover las *ideas fundamentales* y sus interrelaciones en el entorno escolar (Garfield y Ben-Zvi, 2008; Heitele, 1975; Watson, 2006), ya que la enseñanza de las nociones se considera fragmentada y no como una red de nociones. Incluso se recomienda impulsar estas ideas desde edades tempranas para avanzar en su desarrollo hacia lo formal (Batanero y Borovcnik, 2016).

La tercera iniciativa involucra los estándares GAISE (sigla en inglés de Lineamientos para la Evaluación y Enseñanza en Educación Estadística), que proporcionan un marco desde la educación estocástica para ayudar al estudiantado a alcanzar conocimientos estocásticos tanto para su vida personal como profesional (Bargagliotti et al., 2020; Franklin et al., 2005; Metz, 2010).

Cada una de estas propuestas comparte el interés de promover una transformación en el enfoque de enseñanza de estocástico y de este modo generar alternativas de enseñanza que establezcan conexiones entre la escuela y la sociedad; que permitan potenciar el papel activo del ciudadano en la toma de decisiones en diversos ámbitos; que los ciudadanos sean capaces de comprender y usar la información y, sobre todo, tener una actitud crítica ante la inmensidad de datos que brindan los medios de comunicación en una sociedad de la información y del conocimiento.

En este contexto, comunicamos en el presente artículo la fase de planeación y diseño de una investigación (de diseño), ubicándola en el campo de la educación estadística, en particular, en la dirección de las investigaciones que se han ocupado de generar propuestas de enseñanza en las que se introducen formas más accesibles de inferencia estadística y se desarrollan elementos precursores. En nuestro caso, seguiremos la línea de la inferencia bayesiana.

Un acercamiento a la investigación sobre estadística bayesiana

Situados en las *ideas fundamentales de estadística o estocástico*, distintos autores han realizado propuestas al respecto de cuáles son las nociones esenciales por promover en la escuela (Batanero y Borovcnik, 2016; Burrill y Biehler, 2011; Garfield y Ben-Zvi, 2008; Heitele, 1975; Watson, 2006). Una noción invariante en estos marcos es el concepto de *inferencia*, que tiene dos perspectivas, la clásica y la bayesiana, siendo esta última la de interés en el presente escrito. El enfoque bayesiano se diferencia del clásico en la forma en que asume y aborda la probabilidad, de ahí que importe mirar los resultados de investigación en esta perspectiva, teniendo en cuenta la probabilidad subjetiva o bayesiana.

En cuanto a la literatura sobre este contenido, si bien esta es diversa en sus objetos de estudio podemos organizarla en tres direcciones principales. Dos refieren a aspectos cognitivos y didácticos relacionadas directamente con la probabilidad bayesiana y una tercera se sitúa en aspectos didácticos-epistemológicos vinculados con la inferencia bayesiana a través del uso del teorema de Bayes.

La primera dirección refiere a la *identificación de sesgos, heurísticos y misconceptions*. Esta línea se ha encaminado en caracterizar los procesos mentales de los sujetos ante situaciones de incertidumbre y en reconocer mecanismos normativos en estas formas de razonamiento; producto de esto son las denominadas falacia de la tasa base (Tversky y Kahneman, 1974; Budgett y Pfannkuch, 2019), falacia de la condicional transpuesta (Falk, 1989; León, 2008) y la falacia del eje del tiempo (Falk, 1986; Öçal, 2018) como sesgos que ocurren al enfrentarse a situaciones bayesianas. No obstante, un problema con este tipo de investigación es que se ha limitado a utilizar una clase de problemas y focalizado en el resultado de la resolución para evaluar el desempeño de las personas en un tipo particular de estimación de probabilidad *a posteriori* (Mandel, 2014).

La segunda ruta de investigación se orienta a *los procesos de instrucción*. Se trata de estudios que amplían las consideraciones cognitivas y consideran la complejidad del escenario didáctico, por ejemplo, la relación del teorema con otras nociones probabilísticas que resultan en sí mismas complejas. En esta ruta, se encuentran los estudios interesados en

reconocer errores del estudiantado (Huerta y Arnau, 2017) o las estrategias que emergen y su naturaleza en la resolución de problemas bayesianos (Eichler et al., 2020); también se han identificado trabajos sobre análisis de contenido de la probabilidad subjetiva y las características de las tareas en libros de texto, como recursos que apoyan los procesos de enseñanza (Carranza, 2014). De este tipo de investigación destaca un mayor desarrollo de estudios sobre la perspectiva frecuencial de la inferencia frente a la bayesiana; y de esta última, un enfoque de enseñanza mecanicista y la naturaleza aritmética, más que probabilística, de las tareas.

El tercer camino se sitúa entre *la historia y la epistemología y la implementación de innovaciones didácticas*. Por una parte, las investigaciones cuyo eje es reconocer elementos epistémicos propios de la probabilidad subjetiva a través de estudios históricos (Borovcnik y Kapadia, 2014; Paredes, 2018); y por otra, el uso de estos resultados como fundamento para la intervención en aula a través del diseño de tareas (Carranza, 2009; Kazak, 2015). A diferencia de las rutas anteriores, este tipo de investigación proporciona elementos característicos del contenido que precisan explorarse en entornos escolares a través de investigaciones de diseño para crear marcos que brinden formas de desarrollo del pensamiento bayesiano en el estudiantado.

De entre estas direcciones, la primera es la que ha sobresalido en la investigación, principalmente, por el estudio de los recursos semióticos –formato numérico y las representaciones visuales– como estrategia en la resolución de problemas bayesianos para atender la falacia de la tasa base (Cui et al., 2023). Las dos restantes líneas están en desarrollo y, en particular, la tercera línea se elige como la ruta para transitar entre el planteamiento de un modelo epistemológico (Paredes-Cancino y Montiel-Espinosa, en prensa) y su uso para fundamentar la intervención didáctica –parte de lo que aquí se reporta–.

PROBLEMÁTICA

En el marco de la literatura sobre estadística bayesiana, reconocemos dos fenómenos didácticos: el primero, *la aritmetización de la probabilidad subjetiva o bayesiana*; y el segundo, *el predominio de la perspectiva clásica de la inferencia sobre el enfoque bayesiano*.

Referente a la primera problemática, diversos estudios, tanto en el contexto internacional, como en el mexicano, proporcionan evidencia sobre la focalización en el aprendizaje de técnicas y procedimientos sobre este contenido. Por ejemplo, Carranza (2014) reporta en su estudio sobre libros de textos franceses que las tareas o problemas bayesianos están orientados a cálculos. En el caso español, Lonjedo Vincent et al. (2012) destacan que las tareas relacionadas con el teorema de Bayes son de naturaleza mecanicista, donde la probabilidad *a posteriori* es calculada a partir de las tres probabilidades proporcionadas por el problema, de modo que la asignación subjetiva de la probabilidad es invalidada, así como la revisión de la probabilidad a partir de nueva evidencia.

En México, el estudio de Paredes-Cancino y Montiel-Espinosa (en revisión) da cuenta, a partir del análisis de la actividad estocástica de tareas en una muestra de libros de

texto, que la probabilidad bayesiana como medida de incertidumbre se reduce al proceso algorítmico de manipulación de valores numéricos en la regla de Bayes para obtener el valor numérico de una probabilidad desconocida. Cabe señalar que el tipo de tareas identificadas en los libros se corresponde con el tipo de problemas ampliamente usados en las investigaciones psicológicas, de modo que, tanto en la investigación como en la enseñanza, las tareas de “evaluación” de probabilidad destacan sobre las tareas de “actualización” en relación con el razonamiento bayesiano (Lonjedo Vincent et al., 2012; Mandel, 2014).

Acerca de la segunda problemática, estudios como los de Barragués y Guisasola (2006), Borovcnik (2021) y Carranza y Fuentealba (2010) reportan que la enseñanza de la inferencia es sesgada al propiciar principalmente la inferencia clásica, aun siendo el enfoque bayesiano más intuitivo o cercano a las formas de razonamiento de las personas (Borovcnik, 2012; Chernoff, 2008; Devlin, 2014; Rossman, 2008). Otro aspecto, es la falta de trabajo sobre el vínculo de la probabilidad con la inferencia (Borovcnik, 2012; Vancsó et al., 2021); incluso en el contexto mexicano, el estudio de Inzunza Cazares y Rocha Ruiz (2021) reconoce que se han incorporado las ideas fundamentales de estocástico en los diversos niveles educativos, sin embargo, en el bachillerato, identifican la ausencia de la inferencia, la cual es una noción ampliamente recomendada en el currículo internacional y por los educadores estadísticos.

Ante esta situación, se considera relevante la puesta en marcha de investigaciones que no solamente se preocupen en la identificación de sesgos y falacias, o en el reconocimiento de dificultades y errores de los alumnos en la resolución de tareas, como está sucediendo en la investigación sobre la estadística bayesiana; sino también en el diseño de materiales o dispositivos que favorezcan el desarrollo del pensamiento estocástico de los individuos en relación con la inferencia (véase Carranza, 2009; Estrella et al., 2023; Figueroa y Distéfano, 2023) y, en específico, prestando especial atención a la actualización de probabilidades, ya que es un tipo de tarea poco explorada en el ámbito del razonamiento bayesiano.

Por último, Bakker y Derry (2011) han señalado que uno de los desafíos de la enseñanza y aprendizaje de estocástico es que su práctica ha sido atomista. Por tanto, para abonar al cambio de la enseñanza de estocástico de un enfoque centrado en los procedimientos a uno más holístico y orientado al desarrollo de la alfabetización, razonamiento o pensamiento estadístico y/o probabilístico; en esta dirección, el objetivo del artículo es presentar una propuesta de diseño fundamentada teóricamente en elementos epistémicos sobre la inferencia bayesiana para el caso binomial.

INVESTIGACIÓN DE DISEÑO: CONSTRUCCIÓN DE UNA TRAYECTORIA DE APRENDIZAJE

La investigación de diseño tiene como objetivo crear ecologías de aprendizaje para desarrollar teorías de dominio específico y explorar las formas de aprendizaje que estas ecologías fomentan (Gravemeijer y Cobb, 2006). En este sentido, su propósito es analizar el aprendizaje en contexto, diseñando y probando sistemáticamente estrategias o herramientas de instrucción específicas que lleve al desarrollo de teorías fundadas empíricamente.

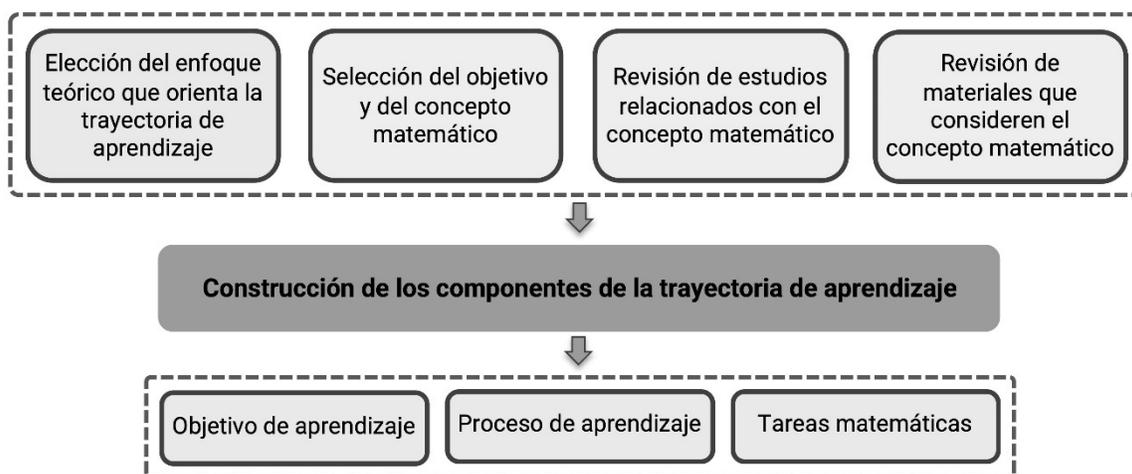
Este tipo de investigación se constituye de ciclos de tres fases: preparación y diseño, implementación del diseño y análisis retrospectivo. La primera etapa implica el diseño instruccional vertebrado por la construcción de una trayectoria de aprendizaje; la segunda etapa consiste en la puesta en escena del instrumento de investigación; y la tercera etapa, el análisis con base en los aspectos teóricos (Bakker y van Eerde, 2014).

En el presente artículo se reporta la primera etapa de una *Investigación de Diseño* que busca caracterizar la actividad estocástica del estudiantado de bachillerato sobre la inferencia bayesiana. Así, desarrollamos la correspondiente trayectoria de aprendizaje, como pieza teórica esencial en todo estudio de diseño, pues juega un rol específico en cada una de las fases. Esta puede considerarse como un proceso conjeturado sobre cómo podría evolucionar el pensamiento del estudiantado ante tareas o problemas asociadas a una noción específica. La trayectoria tiene tres componentes: un proceso de aprendizaje, el objetivo de aprendizaje y las tareas matemáticas.

Para la generación de la trayectoria, se sigue el modelo de construcción de trayectorias de aprendizaje de Cárcamo y Fuentealba (2023) (Figura 1). La definición de esta, su posterior implementación y análisis, constituyen un ciclo de la investigación de diseño.

Figura 1

Modelo para la construcción de trayectorias de aprendizaje



Nota. Adaptado de Cárcamo y Fuentealba (2023).

CONSIDERACIONES TEÓRICAS: UNA PERSPECTIVA DE PRÁCTICAS

Como referente principal que orienta teóricamente la trayectoria, se contempla una perspectiva social con enfoque en prácticas matemáticas, a saber, la socioepistemología.

Las prácticas matemáticas desde la socioepistemología

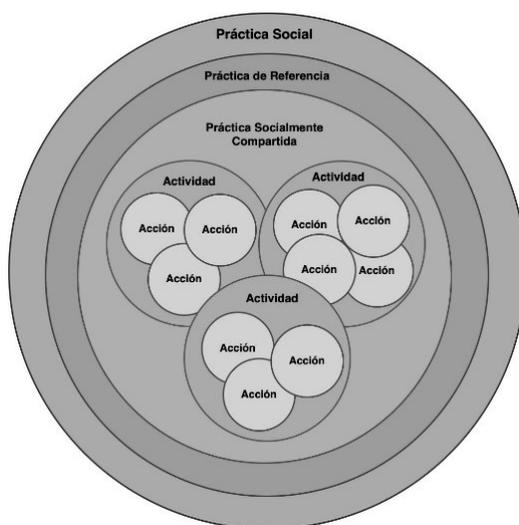
En la Matemática Educativa, la socioepistemología es una perspectiva teórica que, desde un paradigma social, cambió su foco de atención a las prácticas que producen o favorecen la necesidad de los conceptos, al estudiar los procesos de construcción de conocimiento matemático dentro y fuera de la escuela; pues reconoció desde sus inicios que “la matemática escolar está al servicio de otros dominios científicos y prácticas de referencia, de donde a su vez adquiere sentido y significación” (Cantoral y Farfán, 2003, p. 36).

Esta teoría retoma de las Ciencias Sociales y las Humanidades “el dominio privilegiado de las prácticas y la construcción de significados compartidos” (Cantoral et al., 2015), de ahí que en un sentido amplio se puedan entender a las prácticas como *arreglos de actividad humana* (Schatzki, 2001) o como aquello *que se hace y se dice* organizado por normas, conocimientos prácticos y generales, y fines, proyectos, tareas y emociones prescritos o aceptables (Schatzki, 2017). Para atender la particularidad de la matemática, la socioepistemología partió de estudiar *el uso del conocimiento* matemático en estas prácticas y de reconocer el rol que juega el contexto –el escenario y sus condiciones sociales y culturales– en su organización.

Así, la socioepistemología declara su objeto de estudio como: la *construcción social del conocimiento matemático* y su *difusión institucional* (Cantoral, 2020); y se ha ocupado de modelar dicha construcción en diversos escenarios –históricos, culturales, profesionales, escolares, etc.–. Producto de los resultados de investigación y la evidencia empírica, se llegó al desarrollo de un *modelo de anidación de prácticas matemáticas* (Figura 2) que expresa las dinámicas de las formas de pensar y actuar –prácticas matemáticas– que pone en juego el sujeto en relación con un saber matemático para atender a una tarea en un escenario específico.

Figura 2

Modelo de anidación de prácticas matemáticas desde la socioepistemología



Nota. Adaptado de Cantoral (2020)

El modelo tiene cinco categorías, dependiendo del escenario de investigación y el objeto de estudio son las capas que se consideran para analizar o explicar la organización de la actividad matemática del sujeto de forma situada. Como categoría básica se encuentran las *acciones* y como superior la *práctica social*, pasando por tres niveles intermedios de organización denominados *actividad*, *práctica socialmente compartida* y *práctica de referencia* (Cantoral, 2020).

Las prácticas estocásticas relativas a la inferencia bayesiana

La inferencia estadística en términos generales puede considerarse como “un resultado y un proceso razonado de creación o prueba de generalizaciones probabilísticas a partir de datos” (Makar y Rubín, 2009, p. 85). Para hacer frente a la investigación sobre esta noción, se han configurado modelos teóricos para promoverla en el escenario escolar, incluso en edades tempranas, y estudiar lo que estos marcos producen. Uno de los más utilizados ha sido la propuesta de estos autores sobre la *inferencia estadística informal*; sin embargo, este marco según Borovcnik (2019) se basa fuertemente en la perspectiva clásica o frecuencial de la inferencia.

Dado nuestro interés en la inferencia de naturaleza bayesiana, se retoma el modelo epistemológico (Figura 3) propuesto por Paredes-Cancino y Montiel-Espinosa (en prensa) porque ofrece un modelo de la organización de la actividad estocástica que acompaña la resolución de tareas bayesianas sobre estimación de parámetros desconocidos, lo que resulta un referente sobre cómo poder gestionar esta forma de inferencia en el entorno escolar a través de la actualización de probabilidades.

Figura 3

Modelo epistemológico basado en prácticas sobre la inferencia bayesiana



Nota. Elaborado con base en Paredes-Cancino y Montiel-Espinosa (en prensa).

En el contexto de la estimación del parámetro desconocido θ —proporción o probabilidad— en situaciones binomiales, el modelo de la Figura 3 devela las prácticas estocásticas implicadas y su organización, en el marco de la actividad estocástica que promueven problemas de inferencia binomial bayesiana que hacen uso del teorema de Bayes.

Finalmente, el modelo epistemológico a nivel instruccional tiene dos funciones: por una parte, es un referente para el diseño de tareas y, por otro, es un marco para interpretar la actividad estocástica de estudiantes en tareas inferenciales de naturaleza bayesiana. En este caso, se empleará en línea con su primera función.

DISEÑO INSTRUCCIONAL SOBRE LA INFERENCIA BINOMIAL BAYESIANA

El diseño instruccional emerge como iniciativa para hacer frente a los fenómenos didácticos de la *aritmización de la probabilidad subjetiva* y la *centración en la perspectiva frecuencial de la inferencia*; con ello se apunta a la construcción de propuestas para el aula que favorezcan formas de pensamiento propias del saber estocástico en juego, más allá de procedimientos y técnicas. Asimismo, comenzar a comprender la actividad estocástica de estudiantes del bachillerato mexicano ante tareas bayesianas de inferencia para el caso binomial.

Es importante resaltar que los diseños didácticos en términos de la investigación de diseño se consideran como instrumentos de investigación (Watson y Ohtani, 2015), por tanto, resulta esencial hacer explícito su fundamento. A continuación, se detalla el diseño instruccional en cuanto a los elementos de la trayectoria de aprendizaje.

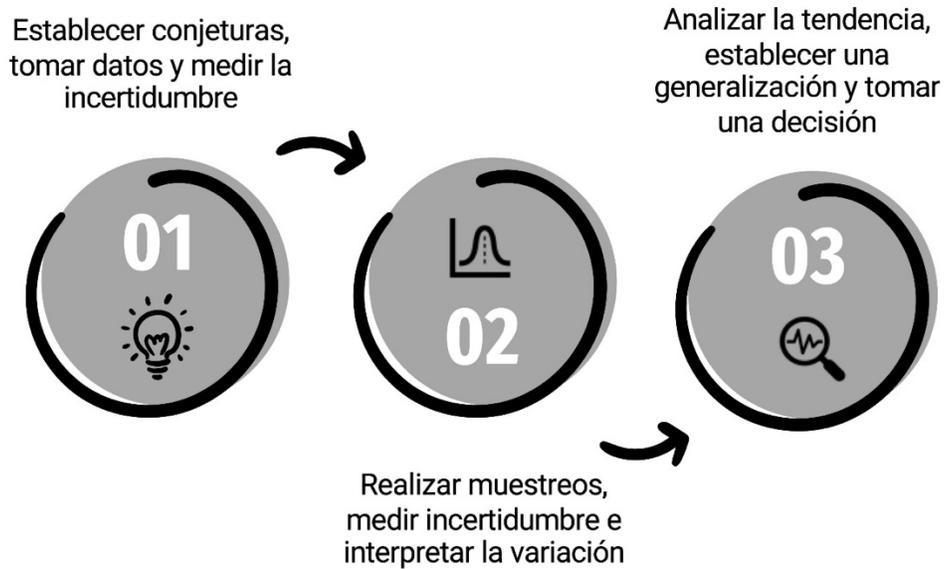
Trayectoria de desarrollo de prácticas

Lobato y Walters (2017) afirman que el fenómeno captado por la trayectoria de aprendizaje es multidimensional y, principalmente, está permeada por la perspectiva teórica que se adopte. Por este motivo, acorde con las consideraciones teóricas se ha denominado a la trayectoria de aprendizaje como *trayectoria de desarrollo de prácticas*. Se entenderá como una organización intencionada de *prácticas matemáticas* que anteceden y acompañan la construcción situada de conocimiento matemático y sus significados a partir del *uso* por parte de los sujetos.

En este caso, la *trayectoria de desarrollo de prácticas* se estructura y sustenta en el modelo epistemológico basado en prácticas sobre la inferencia binomial bayesiana (Figura 3). A partir de este y considerando primordialmente los niveles de la práctica *acción-actividad*, se ha definido un proceso de tres pasos que ilustra la posible organización de la actividad estocástica de estudiantes de bachillerato ante tareas de inferencia bayesiana (Figura 4).

Figura 4

Trayectoria de desarrollo de prácticas relativa a la inferencia bayesiana



Nota. Elaboración propia.

En el momento 1 se considera la siguiente hipótesis: el estudiantado establecerá modelos de *probabilidad inicial* referente al parámetro desconocido θ con base en sus conocimientos; luego de establecer su conjetura y ante la necesidad de tener información sobre el suceso, obtendrá datos a partir de experimentación física con el artefacto aleatorio; por último, teniendo en cuenta estas dos fuentes de información, postulará un modelo de *probabilidad a posteriori* sobre el parámetro desconocido. A partir del modelo a posteriori se espera emerjan afirmaciones con grados de incertidumbre sobre el suceso.

En el momento 2, la hipótesis es que el estudiantado advierte la necesidad de nueva información sobre el suceso y derivado de ello lleven a cabo muestreos donde el tamaño de la muestra sea diferente; luego, actualice por cada muestra de datos el modelo de *probabilidad a posteriori* considerando cada vez el modelo previo. Por último, se espera que sea consciente de la variación presente en cada una de las muestras y esto se vea implicado en sus afirmaciones sobre el nivel de confianza en relación con la ocurrencia del suceso desconocido.

En el momento 3, la hipótesis es que el estudiantado reconozca el patrón de comportamiento en el nivel de confianza establecido en todos los modelos (*a priori* y *a posteriori*) a medida que aumenta el tamaño de la muestra; seguido establezca una generalización probabilística basada en ambas fuentes de información sobre el suceso de interés haciendo explícito el grado de incertidumbre; finalmente tome una decisión en el contexto de la tarea considerando la estimación –inferencia– realizada.

Componentes del diseño didáctico

Continuando con los elementos del diseño instruccional, el diseño didáctico se sustenta en cinco componentes (Figura 5) siguiendo la propuesta de entornos o ecologías de aprendizaje para la educación estadística (Ben-Zvi et al., 2018). Es importante mencionar que los elementos contemplados son parte del proceso de toma de decisión en la investigación a propósito de las consideraciones teóricas y la literatura sobre la estadística bayesiana.

Figura 5

Componentes del diseño didáctico



Nota. Elaboración propia

El primer componente es la centración en una *idea fundamental de estocástico*. Esto apunta al desarrollo de ideas claves y su interrelación más allá de los procedimientos. Para este caso, se retoma el modelo epistemológico basado en prácticas sobre la inferencia bayesiana (Paredes-Cancino y Montiel-Espinosa, en prensa), el cual muestra, por una parte, la organización del hacer estocástico y, por otra, deja ver la movilización de nociones como datos, distribución y muestreo. En términos del diseño, el modelo teórico es un referente para sustentar la propuesta, así como definir y elaborar las tareas que la componen.

El segundo componente es la integración de un *contexto*. En este caso, el contexto no solo es un factor indispensable dada la perspectiva teórica, sino incluso porque se ha reportado en la investigación en educación estadística como una parte sustancial de la inferencia (véase Pfannkuch, 2011). Desde el punto de vista de la propuesta, esto se refleja en la consideración de los juegos de azar como contexto situacional que enmarca cada una de las tareas del diseño, y el trabajo con situaciones binomiales de parámetro desconocido θ como contexto de la situación específica que delinea un tipo de actividad estocástica (Paredes-Cancino y Montiel-Espinosa, 2023, en prensa).

El tercer componente es la inclusión de *herramientas tecnológicas*. Esto atiende a las sugerencias de la comunidad de educadores estadísticos de integrar tecnología (como

calculadoras gráficas, software estadístico o applets) que permitan explorar y analizar datos. En particular, se ha reportado fuertemente que uno de los potenciales de estas herramientas es la posibilidad de la simulación (Biehler, 2012; Ireland y Watson, 2009; Konold et al., 2011). En materia del diseño, se refleja en el uso del software estadístico libre CODAP, que permitirá realizar simulaciones de muestras grandes debido a las limitaciones de llevarlo a cabo mediante artefactos aleatorios físicos. Asimismo, esto ayudará al desarrollo de nociones como la variabilidad, la distribución y la visualización de datos.

El cuarto componente es la consideración del *formato numérico de la información estadística*. Investigaciones sobre la probabilidad subjetiva o bayesiana sugieren el manejo del formato de frecuencia absoluta o frecuencias naturales en lugar de porcentaje y probabilidades puesto que se asemeja más a la forma en que se recopila información (Gigerenzer y Hoffrage, 1995; Hoffrage et al., 2002; Lonjedo y Huerta, 2005). En este sentido, en el diseño se promueve principalmente el formato de frecuencia absoluta y frecuencia relativa.

El quinto componente y último es el manejo de una *representación visual*. El elemento visual es más accesible que el analítico en la comprensión de conceptos probabilísticos; además, la construcción de tablas y gráficos son instrumentos de trasnumeración que apoyan y dan forma al análisis de datos (Arteaga et al., 2011; Wild y Pfannkuch, 1999). Por tanto, en las tareas se promueven representaciones a través de la simulación física y mediante tecnología para la organización, descripción y análisis de datos.

Tareas del diseño didáctico

El diseño didáctico toma como referente la propuesta de Kazak (2015) y se estructura en tres partes siguiendo la trayectoria de desarrollo de prácticas (Figura 4). Esta tiene como eje la *actualización de la probabilidad*, es decir, promover el carácter dinámico y secuencial del teorema de Bayes, el cual permite relacionar la probabilidad con la inferencia e ir más allá del trabajo procedimental. Además, se contempla un acercamiento informal que parte de promover razonamientos subyacentes a las ideas relacionadas con la inferencia bayesiana sobre la base del conocimiento del estudiantado.

El *objetivo de aprendizaje* se definió considerando la literatura sobre el tema y este es que: los estudiantes establezcan modelos de *probabilidad a priori* y transiten a modelos *a posteriori* mediante observaciones del suceso, con la finalidad de realizar inferencias en situaciones binomiales sobre el parámetro desconocida θ –proporción o probabilidad– y llevar a cabo toma de decisiones basadas en los datos sobre el juego de “Las fichas coincidentes”.

La población objetivo que pretende atender el diseño es el estudiantado de entre 16 y 18 años que cursan la asignatura de estadística y probabilidad en subsistemas de bachillerato en México, puesto que la enseñanza del teorema de Bayes aparece en el currículo de este nivel (Secretaría de Educación Pública, 2017), lo que lo convierte en un punto de partida para explorar estas ideas.

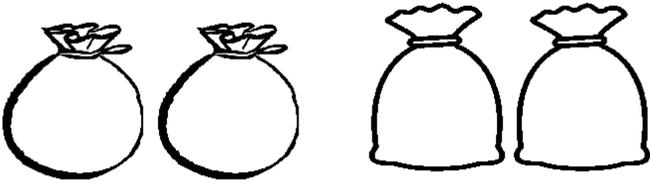
La tarea central del diseño está contextualizada en un juego de azar que contempla una situación binomial de parámetro desconocido, en este caso, la proporción de fichas. El juego plantea a los jugadores averiguar con qué artefacto aleatorio, de entre dos opciones (Bolsas A o B), es conveniente participar en el juego de “Las fichas coincidentes” (Figura 6). El fin del juego es estimar la proporción de fichas en los pares de bolsas (desconocido para los jugadores) y con ello decidir sobre la equidad del juego.

Figura 6

Tarea principal del diseño didáctico

Un juego en el stand de la feria es el juego de *Las fichas coincidentes*. Para este juego se tienen dos pares de bolsas y cada una contiene cuatro fichas que pueden ser de color rojo y/o azul.

Bolsas A **Bolsas B**



El juego de *Las fichas coincidentes* consiste en seleccionar un par de Bolsas (A o B) y extraer una ficha al azar de cada bolsa del par seleccionado. Si ambas fichas son del mismo color el jugador gana; en caso contrario, si son mezclados, la casa de juegos gana. Cabe destacar que las fichas deben regresarse a su bolsa original después de cada ronda.

Descifra si conviene participar en el juego con las Bolsas A o B

Nota. Adaptado de Kazak

A continuación, se presentan las seis tareas que componen el diseño didáctico “Decidiendo sobre el juego justo”. Como variable didáctica se han considerado las siguientes proporciones de fichas por bolsa: Bolsas A (3 fichas rojas / 1 ficha azul, 1 ficha roja / 3 fichas azules) y Bolsas B (3 fichas rojas / 1 ficha azul, 2 fichas rojas / 2 fichas azules).

Momento 1

El momento uno del diseño es de dos tareas y tiene estos objetivos: 1) *establecer el grado de incertidumbre sobre la equidad del juego en relación con la proporción desconocida de fichas en las Bolsas A o B*; 2) *interpretar la medida de incertidumbre en cuanto al juego de azar, es decir, el grado de credibilidad sobre si el juego es justo o injusto*.

La tarea uno (Figura 7) tiene la intención de que los estudiantes establezcan asignaciones cualitativas de probabilidad subjetiva respecto del suceso de interés, en este caso, la equidad del juego con las Bolsas A. En este aspecto, el inciso a) busca que se establezca una conjetura y se expliciten los argumentos que la sustentan. El inciso b) pretende que se vincule un nivel de credibilidad (grado de incertidumbre) a la conjetura hecha. Esto conformará el modelo de probabilidad inicial sobre el parámetro desconocido.

Figura 7

Tarea uno del primer momento del diseño

1. Formulando conjeturas

Considera en esta etapa, el par de **Bolsas A**:

- ¿Piensas que el juego con las Bolsas A es justo?, ¿por qué?
- En la siguiente escala, marca con una **X** el punto que mejor representa qué tan seguro estás de que el juego es justo.



Nota. Elaboración propia

La tarea dos (Figura 8) tiene como propósito obtener datos mediante la experimentación física con el artefacto aleatorio (bolsas con fichas) y establecer un nuevo modelo sobre el suceso de interés (*a posteriori*). El inciso a) incentiva la experimentación para obtener resultados sobre el juego; el número de rondas decidido por el jugador define una muestra. La pregunta b) propone el establecimiento de registros de organización de la información. En el caso de c), propone postular un nuevo nivel de seguridad sobre la equidad del juego –modelo *a posteriori*– contemplando tanto el modelo inicial como la evidencia recolectada. Además, se espera que parte de esta información sea el argumento que sustenta su nivel de credibilidad (inciso d).

Figura 8

Tarea dos del primer momento del diseño

2. Usando datos y sacando conclusiones

- Decide cuántas rondas del juego quieres llevar a cabo, menor a 10 (ten en cuenta que la extracción de un par de fichas define una ronda del juego).
- Lleva a cabo una experiencia con el número de rondas decidido. Establece un registro de los resultados y determina el número de veces que resultó “mismo color” y “mezclado”.
- Después de esta experiencia de juego (extraer una ficha de cada bolsa un número determinado de veces), marca con una **X** el punto en la escala que mejor representa qué tan seguro estás de que el juego es justo:



- ¿A qué se debe la ubicación del punto en esa parte de la escala?
- Si de nueva cuenta desarrollaras el juego con el mismo número de rondas anterior, ¿a qué conclusión llegarías sobre si el juego con el par de Bolsas A es justo?, ¿por qué?
- Desarrolla de nuevo el proceso de 2b) y 2c) y establece tus conclusiones.



- ¿Qué te daría mayor certeza para tomar la decisión de si el juego con el par de Bolsas A es justo/injusto?

Nota. Elaboración propia.

Las preguntas restantes (e-g) buscan generar un nuevo ciclo de toma de datos y postulación de un modelo de *probabilidad a posteriori*. En particular, se espera que se comience a hacer consciencia de la variabilidad de los resultados aun considerando el mismo número de rondas y su implicación en el nivel de credibilidad sobre la equidad del juego. Finalmente, incentivar a la toma de más datos que generen muestras de tamaño mayor (inciso g).

Momento 2

El segundo momento del diseño está asociado con el paso dos de la trayectoria. Se conforma de dos tareas y tiene los siguientes objetivos: 1) *establecer nuevos grados de incertidumbre sobre la equidad del juego considerando diferentes muestras de datos (resultados sobre fichas del mismo color o mezclado, o el número de ganés o pierdes)*; 2) *interpretar la medida de incertidumbre en relación con la progresión de muestreo y la variabilidad*.

La tarea tres (Figura 9) pretende analizar muestras de datos de diferentes tamaños generadas mediante simulación a través de tecnología. En este panorama, el inciso a) busca que mediante el empleo del software CODAP a través del plugin ya configurado, se decida un tamaño de muestra para diferentes experiencias del juego con las Bolsas A y se lleve a cabo la simulación. En la tabla del inciso b), los resultados deben ser registrados y después del análisis de datos, es necesario definir un nivel de credibilidad personal sobre la equidad del juego con base en los modelos previos y la nueva evidencia.

Figura 9

Tarea tres del segundo momento del diseño

3. Analizando casos

- a) Con apoyo del software CODAP simula el juego con el par de Bolsas A. Lleva a cabo cuatro diferentes experiencias con el siguiente número de rondas:
- Experiencia 1: realizar el juego entre 45 y 90 rondas.
 - Experiencia 2: realizar el juego entre 450 y 900 rondas.
 - Experiencia 3: realizar el juego entre 4500 y 9000 rondas.
 - Experiencia 4: realizar el juego entre 45000 y 90000 rondas.

- b) Para cada una de las experiencias llena la siguiente tabla:

Experiencia	N° de rondas	N° de veces "mismo color"	N° de veces "mezclado"
1			
	¿Qué tan seguro estás de que el juego con el par de Bolsas A es justo/injusto? Nada seguro Poco seguro Más o menos seguro Muy seguro Totalmente seguro		
2			
	¿Qué tan seguro estás de que el juego con el par de Bolsas A es justo/injusto? Nada seguro Poco seguro Más o menos seguro Muy seguro Totalmente seguro		
3			
	¿Qué tan seguro estás de que el juego con el par de Bolsas A es justo/injusto? Nada seguro Poco seguro Más o menos seguro Muy seguro Totalmente seguro		
4			
	¿Qué tan seguro estás de que el juego con el par de Bolsas A es justo/injusto? Nada seguro Poco seguro Más o menos seguro Muy seguro Totalmente seguro		



Nota. Elaboración propia.

La tarea cuatro (Figura 10) pretende analizar todos los modelos sobre la equidad del juego con las Bolsas A y estimar la proporción de las fichas en este par de bolsas. Por ello, las preguntas a) y b) pretenden recuperar la decisión final sobre la apreciación personal del juego justo y su nivel de credibilidad (grado de incertidumbre). Las consignas c) y d) intentan hacer explícito el cambio del nivel de seguridad como efecto de la variabilidad de los datos según el tamaño de la muestra y el modelo previo establecido.

Figura 10

Tarea cuatro del segundo momento del diseño

4. Contrastando las experiencias del juego

- a) Considerando tu opinión inicial y las diferentes experiencias desarrolladas, ¿piensas que el juego con el par de Bolsas A es justo?, ¿por qué?
- b) ¿Qué tan seguro estás hasta este momento de que el juego con las Bolsas A es justo?, ¿por qué?
- c) ¿Tu decisión y confianza en la equidad del juego, se mantuvo a lo largo de las diferentes experiencias en comparación con lo establecido al inicio del juego (inciso 1b)?, ¿por qué?
- d) ¿Con base en qué decidiste si el juego con las Bolsas A es justo?
- e) Si en cada bolsa hay cuatro fichas, ¿cuál consideras que es la composición de fichas por color en cada bolsa?
- f) ¿Habrías dicho esta misma composición de fichas si solo hubieras conocido los resultados de las experiencias iniciales (2b y 2f)? Explica para cada caso.

Nota. Elaboración propia.

El inciso e) pide la estimación de la proporción de fichas en las Bolsas A a partir del patrón de comportamiento identificado; es importante considerar que la equidad del juego debe estar asociado con un espacio muestral equiprobable. Por último, el inciso f) pretende reconocer la relatividad de las asignaciones subjetivas sobre la probabilidad de que el juego con las Bolsas A sea justo en dependencia de la cantidad de información que se conoce sobre el suceso.

Momento 3

El momento tres del diseño es de dos tareas y tiene estos objetivos: 1) *estimar con un grado de incertidumbre la “verdadera proporción del par de Bolsas A o B” mediante la generalización de la tendencia de los grados de credibilidad*; 2) *tomar una decisión basada en la probabilidad sobre la base de la equidad del juego para seleccionar aquel en el que conviene jugar*.

La tarea cinco (Figura 11) pretende que se estime con cierto grado de incertidumbre la proporción de las fichas en las Bolsas B. De nueva cuenta, a través del inciso a) se cuestiona sobre un modelo inicial sobre la probabilidad de que el juego con las Bolsas B sea justo. Posteriormente, la pregunta b) incentiva a averiguar la proporción posible de las bolsas usando la simulación física o mediante tecnología; se espera que el tamaño de la muestra

juegue un papel fundamental en la indagación de la proporción de fichas y a partir de estas se establezca la generalización. Finalmente, la consigna c) solicita explicitar el nivel de seguridad asociado a la conjetura sobre la equidad del juego con el par de Bolsas B.

Figura 11

Tarea cinco del tercer momento del diseño

5. Cambiemos de bolsas

Ahora considera el par de **Bolsas B**:

- a) ¿Pienzas que el juego con este par de bolsas es justo?, ¿por qué?, ¿qué tan seguro estás de que el juego es justo?



- b) Averigua cuál es la posible composición de las fichas en el par de Bolsas B (no puede mirar el contenido) y describe lo que hiciste. Puedes apoyarte de las bolsas físicas o mediante el software CODAP. ¿Cuál es la posible composición de fichas en las bolsas?

- c) Seguramente realizaste diferentes experiencias y muchas rondas. Teniendo en cuenta lo señalado en los incisos anteriores, ¿qué tanto confías en la composición conjeturada?, ¿qué tan seguro estás de que el juego con el par de Bolsas B es justo?



Nota. Elaboración propia.

La tarea seis (Figura 12) tiene como intención contrastar las proporciones estimadas de los pares de Bolsas A y B (o lo que es equivalente, la conjetura sobre la equidad) y decidir la opción conveniente al jugador para participar en el juego de *Las fichas coincidentes*. Por tanto, la pregunta a) se dirige a la comparación de la conclusión a la que se llegó en cada situación. En el caso de la consigna b) se busca la toma de una decisión sobre el par de bolsas “más conveniente” en función del nivel de seguridad asignado a la equidad del juego. El inciso c) invita a reflexionar sobre las condiciones que debe tener el modelo, es decir, la proporción de fichas en las bolsas para que un juego sea justo.

Figura 12

Tarea seis del tercer momento del diseño

6. Tomando una decisión sobre el juego

- a) ¿A qué conclusión llegaste sobre la equidad del juego usando el par de Bolsas A o B?, ¿por qué?
- b) Entonces, ¿con cuál par de bolsas consideras que es más conveniente participar en el juego?, ¿a qué se debe tu decisión?
- c) ¿Cómo podría hacerse para que este tipo de juego sea justo siempre?

Nota. Elaboración propia.

Al cierre del diseño, se sugiere hacer visible la composición de fichas de ambos pares de bolsas para que los estudiantes constaten las proporciones originales y comparen con sus estimaciones finales.

REFLEXIONES FINALES

Según Cárcamo y Fuentealba (2023), casi todas las trayectorias de aprendizaje se fundamentan en enfoques cognitivos, por lo que, con el presente artículo buscamos aportar con la construcción de una trayectoria basada en un enfoque distinto, en específico, contemplando una perspectiva sociocultural basada en prácticas estocásticas.

En cuanto al diseño didáctico, este busca contribuir en la elaboración de tareas denominadas por Ainley y Pratt (2001) como “tareas orientadas a conceptos”, es decir, tareas que favorezcan el análisis de los procesos estadísticos, el papel de la probabilidad como herramienta para la estadística y el contexto de los datos como referente para el desarrollo de significado. A su vez, a través de la actividad estocástica que intenciona el diseño, subyace el significado de la probabilidad subjetiva o bayesiana como grado de creencia a través de la asignación personal de probabilidad (Batanero, 2005; Rivadulla, 1995) lo que, sostenemos, apoya a ampliar y enriquecer el significado de la probabilidad solo como algoritmo de cálculo (Carranza, 2014; Lonjedo Vincent et al., 2012).

Otras potencialidades del diseño son que incorpora algunos indicadores de diversos marcos estándares para enseñar la educación estocástica. Por ejemplo, en materia de alfabetización estadística y probabilística (Gal, 2002, 2005) se identifican algunos componentes como: “conocimiento estadístico” con ideas relativas a gráficos, tablas y su interpretación; “grandes ideas” con la consideración de nociones como variación y predicción/incertidumbre; y “lenguaje” a través de la argumentación y la asignación de probabilidades.

Asimismo, desde el punto de las ideas fundamentales (Burrill y Biehler, 2011), las nociones de datos, distribución, variación, muestreo y probabilidad son tomadas en cuenta para favorecer razonamientos asociados a la inferencia bayesiana para el caso binomial. Por último, el uso de tecnología y la simulación es otro componente que podemos apreciar

compatible con los señalamientos de la investigación y currículos (NCTM, 2000; Bargagliotti et al., 2020).

En suma, el diseño didáctico valoramos que apunta al desarrollo de la alfabetización, tanto estadística como probabilística en el estudiantado al incorporar indicadores de estos constructos (interpretación y construcción de gráficos estadísticos y tablas, análisis de la variabilidad, lenguaje probabilístico, etc.); por ende, contribuye a potenciar el pensamiento crítico en la ciudadanía como un componente esencial de esta área. Adicionalmente, el diseño resulta un referente sobre cómo favorecer las ideas bayesianas en el entorno escolar, poniendo énfasis en la actualización de probabilidades, tipo de enfoque poco explorado para estudiar el razonamiento bayesiano.

Finalmente, propiciar la interpretación bayesiana de la inferencia permitirá desarrollar una forma de pensamiento más integral y horizontal de las dos perspectivas que integran dicha noción, de modo que las personas podrán discernir en su actividad diaria sobre la mejor forma de enfrentar una situación de incertidumbre y construir significados más robustos.

Si bien hay una intención de analizar la implementación con el marco teórico de la socioepistemología, no perdemos de vista los elementos de la educación estocástica inmersos en el diseño y que resultan importantes para la reflexión. En este sentido, la implementación y el análisis permitirán ampliar el modelo epistemológico basado en prácticas y con ello ir delimitando una teoría de dominio específico sobre la organización de la actividad estocástica relativa a la inferencia bayesiana para el caso binomial en estudiantes de bachillerato.

REFERENCIAS

- Ainley, J. & Pratt, D. (2001). Introducing a special issue on constructing meanings from data. *Educational Studies in Mathematics*, 45(1), 1-8.
<https://doi.org/10.1023/A:1013882709661>
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G. y Contreras, J. M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Números*, 76, 55-67.
- Azcárate, P. y Cardeñoso, J. M. (2011). La enseñanza de la estadística a través de escenarios: implicación en el desarrollo profesional. *Bolema - Boletim de Educação Matemática*, 24(40), 789-810.
- Bakker, A. & Derry, J. (2011). Lessons from inferentialism for statistics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1-2), 5-26.
<http://dx.doi.org/10.1080/10986065.2011.538293>
- Bakker, A. & van Eerde, D. (2014). An introduction to Design-Based Research with an example from Statistics Education. En A. Bikner-Ahsbabs, C. Knipping y N. Presmeg (Eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education. Examples of Methodology and Methods* (pp. 429-466). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6_16

- Bargagliotti, A., Franklin, C., Arnold, P., Gould, R., Johnson, S., Perez L. & Spangler, D. A. (2020). *Pre-K–12 Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education II (GAISE II). A Framework for Statistics and Data Science Education*. American Statistical Association.
https://www.amstat.org/asa/files/pdfs/GAISE/GAISEIIPreK-12_Full.pdf
- Barragués, J. I. y Guisasola, J. (2006). La introducción de los conceptos relativos al azar y la probabilidad en libros de textos universitarios. *Enseñanza de las Ciencias*, 24(2), 241-256. <https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/75829>
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *RELIME – Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(3), 247-263.
- Batanero, C. & Álvarez-Arroyo, R. (2024). Teaching and learning of probability. *ZDM – Mathematics Education*, 56(1), 5-17. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01511-5>
- Batanero, C. & Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in High School*. Sense Publishers. <https://doi.org/10.1007/978-94-6300-624-8>
- Batanero C., Chernoff E. J., Engel J., Lee H. S. & Sánchez, E. (2016). *Research on Teaching and Learning Probability*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-31625-3>
- Ben-Zvi, D., Gravemeijer, K. & Ainley, J. (2018). Design of statistics learning environments. En D. Ben-Zvi, K. Makar y J. Garfield (Eds.), *International Handbook of Research in Statistics Education* (pp. 473-502). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-3-319-66195-7_16
- Biehler, R., Ben-Zvi, D., Bakker, A. & Makar, K. (2012). Technology for enhancing statistical reasoning at the school level. In M. A. Clements, A. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick y F. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 643-689). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4684-2_21
- Borovcnik, M. (2012). Multiple Perspectives on the Concept of Conditional Probability. *AIEM – Avances de Investigación en Educación Matemática*, 2, 5- 27.
<https://doi.org/10.35763/aiem.v1i2.32>
- Borovcnik, M. (2016). Probabilistic thinking and probability literacy in the context of risk. *Educação Matemática Pesquisa*, 18(3), 1491–1516.
<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/31495>
- Borovcnik, M. (2019). Informal and “Informal” Inference. *Educação Matemática Pesquisa*, 21(1), 433-460. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i1p433-460>
- Borovcnik, M. (2021). Corner pillars of Probability Literacy. En *Proceedings 63rd ISI World Statistics Congress* (pp. 602-607). International Statistical Institute.

- Borovcnik, M. y Kapadia, R. (2014). A historical and philosophical perspective on probability. En E. Chernoff y B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic Thinking. Advances in Mathematics Education* (pp. 7-34). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_2
- Budgett S. & Pfannkuch M. (2019). Visualizing Chance: Tackling Conditional Probability Misconceptions. En G. Burrill y D. Ben-Zvi (Eds.), *Topics and Trends in Current Statistics Education Research. ICME-13 Monographs* (pp. 3-25). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-03472-6_1
- Burrill, G. (2023). An International Look at the Status of Statistics Education. En G. F. Burrill, L. de Oliveria Souza y E. Reston (Eds.), *Research on Reasoning with Data and Statistical Thinking: International Perspectives. Advances in Mathematics Education* (pp. 11-16). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-29459-4_2
- Burrill, G. & Biehler, R. (2011). Fundamental Statistical Ideas in the School Curriculum and in Training Teachers. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education* (pp. 57-69). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_10
- Cantoral, R. (2020). Socioepistemology in Mathematics Education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 790-797). Springer.
- Cantoral, R. y Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *RELIME – Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(1), 27-40. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_100041
- Cantoral, R., Montiel, G. y Reyes-Gasperini, D. (2015). El programa socioepistemológico de investigación en Matemática Educativa: el caso de Latinoamérica. *RELIME – Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(1), 5-17. <https://doi.org/10.12802/relime.13.1810>
- Cárcamo, A. y Fuentealba, C. (2023). Un modelo para la construcción de trayectorias hipotéticas de aprendizaje preliminares. *Bolema - Boletim de Educação Matemática*, 37(76), 577-601. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a10>
- Cardeñoso, J. M., Moreno, A., García-González, E y Jiménez-Fontana, R. (2017). El sesgo de equiprobabilidad como dificultad para comprender la incertidumbre en futuros docentes argentinos. *AIEM – Avances de Investigación en Educación Matemática*, 11, 145-166. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i11.185>
- Carranza, P. (2009). *La dualite de la probabilite dans l'enseignement de la statistique. Une experience en classe de BTS* [Tesis de doctorado, Université Paris-Diderot]. HAL Thèses. <https://theses.hal.science/tel-00458320>
- Carranza, P. (2014). Presencia de interpretaciones bayesiana y frecuentista de la probabilidad en libros de estudio en Francia. *Educação Matemática Pesquisa*, 16(3), 1071-1087. <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/21597>

- Carranza, P. y Fuentealba, J. (2010). Dualidad de la probabilidad y enseñanza de la estadística. *UNIÓN - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 6(24), 57-68. <https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/967>
- Chance, B. L. (2002). Components of Statistical Thinking and Implications for Instruction and Assessment. *Journal of Statistics Education*, 10(3), 1-14. <https://doi.org/10.1080/10691898.2002.11910677>
- Chernoff, E. J. (2008). The state of probability measurement in mathematics education: A first approximation. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 23, 1-23.
- Cui, L., Lo, S. & Liu, Z. (2023). The Use of Visualizations to Improve Bayesian Reasoning: A Literature Review. *Vision*, 7(1), 17. <https://doi.org/10.3390/vision7010017>
- Devlin, K. (2014). The most common misconception about probability? En E. J. Chernoff y B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic Thinking: Presenting Plural Perspectives* (pp. IX-XIII). Springer.
- Eichler, A., Böcherer-Linder, K. & Vogel, M. (2020). Different visualizations cause different strategies when dealing with Bayesian situations. *Frontiers in Psychology*, 11, 1897. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.01897>
- Estrella, S., Méndez-Reina, M. & Vidal-Szabó, P. (2023). Exploring informal statistical inference in early statistics: a learning trajectory for third-grade students. *SERJ – Statistics Education Research Journal*, 22(2), Article 10. <https://doi.org/10.52041/serj.v22i2.426>
- Falk, R. (1986). Conditional Probabilities: insights and difficulties. En R. Davidson y J. Swift (Eds.), *Proceedings of the Second International Conference on Teaching Statistics* (pp. 292-297). International Statistical Institute.
- Falk, R. (1989). Inference under uncertainty via conditional probabilities. En R. Morris (Ed.), *Studies in Mathematics Education: The Teaching of Statistics* (pp. 175-184). Unesco.
- Figueroa, S. M. y Distéfano, M. L. (2023). Estrategia para la enseñanza de la inferencia en Ingeniería: fundamentos para su diseño. *Revista de Educación Estadística*, 2(1), 1-28. <https://doi.org/10.29035/redes.2.1.7>
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M. y Scheaffer, R. (2005). *Lineamientos para la Evaluación y Enseñanza en Educación Estadística, Reporte (GAISE)*. American Statistical Association. <https://www.amstat.org/asa/files/pdfs/GAISE/Spanish.pdf>
- Gal, I. (2002). Adult's Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.

- Gal, I. (2005). Towards "probability literacy" for all citizens: building blocks and instructional dilemmas. En G. A. Jones (Ed.), *Exploring Probability in School: Challenges for Teaching and Learning* (pp. 39-63). Springer.
https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8_3
- Garfield, J. & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: connecting research and teaching practice*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-8383-9>
- Gigerenzer, G. & Hoffrage, U. (1995). How to Improve Bayesian Reasoning Without Instruction: Frequency Formats. *Psychological Review*, 102(4), 684-704.
<https://doi.org/10.1037/0033-295X.102.4.684>
- Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. En J. Van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney y N. Nieveen (Eds.), *Educational Design Research* (pp. 17-51). Routledge.
<https://doi.org/10.4324/9780203088364>
- Heitele, D. (1975). An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *ESM – Educational Studies in Mathematics*, 6(2), 187-205.
<https://doi.org/10.1007/BF00302543>
- Hernández-Solís, L. A. (2023). Sesgos en la resolución de tareas probabilísticas por estudiantes costarricenses de educación primaria. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 23(2), 1-16. <https://doi.org/10.18845/rdmei.v23i2.6368>
- Hoffrage, U., Gigerenzer, G., Krauss, S., & Martignon, L. (2002). Representation facilitates reasoning: What natural frequencies are and what they are not. *Cognition*, 84(3), 343-352. [https://doi.org/10.1016/S0010-0277\(02\)00050-1](https://doi.org/10.1016/S0010-0277(02)00050-1)
- Huerta, M. P. y Arnau, J. (2017). La probabilidad condicional y la probabilidad conjunta en la resolución de problemas de probabilidad. *AIEM – Avances de Investigación en Educación Matemática*, 11, 87-106. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i11.188>
- Inzunza Cazares, S. y Rocha Ruiz, E. (2021). Los datos y el azar en el currículo de educación básica y bachillerato en México: reflexiones desde la perspectiva internacional. *Diálogos sobre Educación. Temas actuales en Investigación Educativa*, 12(23), 00028. <https://doi.org/10.32870/dse.vi23.717>
- Ireland, S., & Watson, J. (2009). Building a Connection Between Experimental and Theoretical Aspects of Probability. *IEJME – International Electronic Journal of Mathematics Education*, 4(3), 339-370. <https://doi.org/10.29333/iejme/244>
- Kaplar, M., Lužanin, Z., & Verbić, S. (2021). Evidence of probability misconception in engineering students—why even an inaccurate explanation is better than no explanation. *International Journal of STEM Education*, 8(18), 1–15.
<https://doi.org/10.1186/s40594-021-00279>

- Kazak, S. (2015). 'How confident are you?' Supporting Young Students' Reasoning about Uncertainty in Chance Games through Students' Talk and Computer Simulations. En A. Zieffler y E. Fry (Eds.), *Reasoning about uncertainty: learning and teaching informal inferential reasoning* (pp. 29-55). Catalyst Press.
- Konold, C., Madden, S., Pollatsek, A., Pfannkuch, M., Wild, C., Ziedins, I., Finzer, W., Horton, N. J., & Kazak, S. (2011). Conceptual challenges in coordinating theoretical and data-centered estimates of probability. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1-2), 68-86. <https://doi.org/10.1080/10986065.2011.538299>
- León, N. A. (2008). Errores y dificultades en la resolución de problemas verbales inherentes al Teorema de Bayes: Un Caso con Futuros Profesores de Matemática. *Paradigma*, 29(2), 187-219. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2008.p187-219.id420>
- Lobato, J., & Walters, C. D. (2017). A taxonomy of approaches to learning trajectories and progressions. En J. Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education* (pp. 74-101). National Council of Teachers of Mathematics.
- Lonjedo Vicent, M. A., Huerta Palau, M. P. y Carles Fariña, M. (2012). Conditional probability problems in textbooks an example from Spain. *RELIME – Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 15(3), 319-337.
- Lonjedo, M. A. y Huerta, M. P. (2005). La naturaleza de las cantidades presentes en el problema de probabilidad condicional. Su influencia en el proceso de resolución del problema. En A. Maz, B. Gómez y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática IX* (pp. 261-269). Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba y Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Makar, K., & Ben-Zvi, D. (2011). The Role of Context in Developing Reasoning about Informal Statistical Inference. *Mathematical Thinking and Learning*, 13, 1-4. <https://doi.org/10.1080/10986065.2011.538291>
- Makar, K., & Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *SERJ – Statistics Education Research Journal*, 8(1), 82-105. <https://doi.org/10.52041/serj.v8i1.457>
- Mandel, D. R. (2014). The psychology of Bayesian reasoning. *Frontiers in Psychology*, 5, 1144. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2014.01144>
- Metz, M. L. (2010). Using GAISE and NCTM Standards as Frameworks for Teaching Probability and Statistics to Pre-Service Elementary and Middle School Mathematics Teachers. *Journal of Statistics Education*, 18(3), 1-27. <https://doi.org/10.1080/10691898.2010.11889585>
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). Data Analysis and Probability. Standard for grades 9-12. En *Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 324-341). NCTM.

- Öçal, M. F. (2018). The Case of Time Axis Fallacy: 11th Grade Students' Intuitively based Misconception in Probability and Teachers' Corresponding Practices. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 6(3), 86-105. <https://doi.org/10.14689/issn.2148-2624.1.6c3s4m>
- Paredes-Cancino, C. y Montiel-Espinosa, G. (en revisión). *Características y prácticas estocásticas asociadas a tareas bayesianas: un análisis en libros de texto del bachillerato mexicano*.
- Paredes-Cancino, C. y Montiel-Espinosa, G. (en prensa). *Propuesta de un modelo epistemológico para la enseñanza de la inferencia bayesiana*. *Bolema – Boletim de Educação Matemática*.
- Paredes-Cancino, C. y Montiel-Espinosa, G. (2023). Una caracterización de las prácticas estocásticas en el texto de Thomas Bayes (1763). En P. Scott, Y. Morales y A. Ruíz (Eds.), *Educación Matemática en las Américas 2023. Historia y Epistemología* (Vol. 7, pp. 139-146). Comité Interamericano de Educación Matemática. <https://ciaem-iacme.org/wp-content/uploads/2023/12/2023-Volumen7-Tema-6.pdf>
- Paredes, C. (2018). *El problema de la inversión de la probabilidad. Génesis histórica y problematización del Teorema de Bayes* [Tesis de maestría no publicada]. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados.
- Pfannkuch, M. (2011). The role of context in developing informal statistical inferential reasoning: A classroom study. *Mathematical Thinking and Learning*, 13, 27-46. <https://doi.org/10.1080/10986065.2011.538302>
- Rivadulla, A. (1995). Historia y epistemología de los cambios de significado de probabilidad. *AGORA: Papeles de Filosofía*, 14(1), 53-75.
- Rodríguez-Alveal, F., Díaz-Levicoy, D. y Vásquez-Ortiz, C. (2018). Evaluación de la alfabetización probabilística del profesorado en formación y en activo. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 44(1), 135-156. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052018000100135>
- Rossman, A. (2008). Reasoning about informal statistical inference: a statistician's view. *SERJ – Statistics Education Research Journal*, 7(2), 5-19. [https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ7\(2\)_Rossman.pdf](https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ7(2)_Rossman.pdf)
- Schatzki, T. (2001). Introduction: practice theory. En T. Schatzki, K. K. Cetina y E. Savigny (Eds.), *The practice turn in contemporary theory* (pp. 10-23). Routledge.
- Schatzki, T. (2017). Practices and Learning. En P. Grootenboer, Ch. Edwards-Groves y S. Choy (Eds.), *Practice Theory Perspectives on Pedagogy and Education* (pp. 23-43). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-10-3130-4_2
- Secretaría de Educación Pública (2017). *Planes de estudio de referencia del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior*. SEP.

- Tversky, A. & Kahneman, D. (1974). Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases. *Science*, 185(4157), 1124-1131. <https://doi.org/10.1126/science.185.4157.1124>
- Vancsó, O., Borovcnik, M. & Fejes-Tóth, P. (2021). A complex concept about statistical inference and a planned school experiment based on it. En *Proceedings 63rd ISI World Statistics Congress* (pp. 596-601). International Statistical Institute. <https://www.isi-web.org/sites/default/files/import/pdf/154-day3-ips078-a-complex-concept-about-statis.pdf>
- Vásquez, C. y Cabrera, G. (2022). La estadística y la probabilidad en los currículos de matemáticas de educación infantil y primaria de seis países representativos en el campo. *Educación Matemática*, 34(2), 245-274. <https://doi.org/10.24844/EM3402.09>
- Watson, A. & Ohtani, M. (2015). *Task Design in Mathematics Education*. Springer Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-09629-2>
- Watson, J. M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and Goals*. Lawrence Erlbaum. <https://doi.org/10.4324/9780203053898>
- Wild, C. J. & Pfannkuch, M. (1999), Statistical Thinking in Empirical Enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223–265. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x>

Educación estadística y la Nueva Escuela Mexicana: una mirada al currículum estadístico del bachillerato mexicano

Statistical education and the New Mexican School: a look at the statistical curriculum of the Mexican high school

Eleazar Silvestre Castro¹ y Oscar Alberto Cañez Olivarría²

¹ Universidad de Sonora, México (eleazar.silvestre@unison.mx) y ² Universidad de Sonora, México (a222230175@unison.mx)

Cómo citar este artículo:

Silvestre Castro, E. y Olivarría, O.A. (2024). Educación Estadística y la Nueva Escuela Mexicana: una mirada al currículum estadístico del bachillerato mexicano. *Educación y ciencia*, 13(61), 156-171.

Recibido: 22 de noviembre de 2023 | Aceptado: 17 de mayo de 2024 | Publicado: 15 de julio de 2024

Resumen

En esta comunicación presentamos resultados iniciales acerca de algunos rasgos principales del currículum estadístico de bachillerato que se enmarca en la Nueva Escuela Mexicana (NEM). Vía una metodología de carácter documental, analizamos los objetivos, contenidos, materiales, formas de enseñanza, actividades de estudiantes y modos de evaluación prescritos para el desarrollo de la formación estadística del estudiantado. Como resultados preliminares, se destaca que los objetivos de aprendizaje están vinculados indirectamente a la educación estadística; los contenidos cubren de manera introductoria lo considerado como fundamental (Burril y Biehler, 2011); y que los recursos didácticos son escasos y se enfocan en el uso de simulaciones aleatorias. En general, el modelo de educación estadística implicado en el currículum está desconectado de la aproximación metodológica de trabajo por proyectos estadísticos.

Palabras clave: currículum estadístico; educación estadística; bachillerato; Nueva Escuela Mexicana

Abstract

In this communication, we present initial results about some main features of the high school statistical curriculum that are part of the New Mexican School (NEM). Through a documentary approach, we analyze the objectives, content, materials, teaching methods, student activities, and evaluation methods prescribed for the development of the statistical training of students. Preliminary results highlight that learning objectives are indirectly linked to statistics education; the contents cover in an introductory manner what is considered fundamental; teaching resources are scarce and focus on the use of random simulations. In general, the statistical education model involved in the curriculum is disconnected from the methodological approach of working through statistical projects.

Keywords: statistics curriculum; statistics education; high school, New Mexican School

INTRODUCCIÓN

México atraviesa por una reforma curricular que involucra a todos los niveles educativos básicos, denominada la Nueva Escuela Mexicana (NEM) (SEP, 2023d). Dentro de este macroproceso, se ha diseñado una reforma curricular enfocada en el nivel medio superior, denominada Nuevo Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS), que ha comenzado su implementación en agosto de 2023. El MCCEMS se supedita a los objetivos de la NEM (SEP, 2023e), que expresados de manera sucinta, buscan transitar de un modelo de aprendizaje por competencias a uno que en el que se fortalecen relaciones con distintos actores de la comunidad local, se antepone un enfoque humanista en términos de promover el trabajo colaborativo, el respeto a conocimientos y prácticas comunitarias, se involucra en mayor medida al docente en procesos de diseño didáctico y el trabajo inter y multidisciplinario, además de impulsar un enfoque didáctico basado en el trabajo por proyectos.

El MCCEMS trae consigo cambios importantes para la formación estadística del estudiantado. Por un lado, la materia correspondiente a Estadística y Probabilidad se ubica al inicio del bachillerato como el primer curso de matemáticas de carácter obligatorio; por otro, se reincorporan contenidos temáticos que se relacionan con el muestreo y la introducción a la inferencia estadística (2023c). Estas iniciativas contrastan con el planteamiento curricular que ha imperado en dicho sistema educativo durante la última década y media (Cuevas, 2012; Inzunza y Rocha, 2021), pues la asignatura de Estadística y Probabilidad ha gozado de un carácter optativo y la enseñanza de la inferencia estadística tampoco ha sido uniforme, entre los diferentes subsistemas del bachillerato mexicano.

Además de estas modificaciones, el nuevo planteamiento del MCCEMS abre reflexiones y preguntas acerca de la totalidad de cambios realizados el currículum estadístico prescrito (por ejemplo, en contenidos estadísticos y metodologías didácticas para su enseñanza), así como de sus posibles implicaciones para la práctica docente y el aprendizaje del estudiantado. Aunque el diseño, elaboración e implementación de reformas curriculares es una práctica ampliamente extendida en todo el mundo, la investigación sobre la naturaleza, evolución e implementación de los currículums matemáticos es un área relativamente reciente en el mundo de la investigación en educación matemática (Shimizu y Vithal, 2023), en particular en el mundo de la investigación en educación estadística (Burril, de Oliveria y Reston, 2023).

Con este trasfondo, el objetivo de este trabajo es presentar resultados iniciales acerca de los rasgos principales del currículum estadístico que se enmarca en el MCCEMS. El presente trabajo es una versión ampliada de Silvestre y Cañez (2023); en aquella ocasión se presentaron resultados preliminares sobre algunos componentes del currículum estadístico del MCCEMS, correspondientes a objetivos, contenidos, materiales y formas de enseñanza que giran alrededor de la educación estadística. En esta ocasión, profundizamos la discusión en los hallazgos de tales componentes y ampliamos el análisis a los correspondientes a actividades para estudiantes y formas de evaluación.

La intención última de esta contribución es aportar al desarrollo de conocimiento especializado en el análisis del currículum matemático en el contexto mexicano,

particularmente el estadístico, la cual también pretende abrir la discusión sobre sus posibles implicaciones para la formación estadística del estudiantado de bachillerato y los retos que podrían presentarse durante su implementación.

ANTECEDENTES

Estado de los currículos estadísticos internacionales de nivel secundario

La investigación sobre la naturaleza y evolución de los programas curriculares nacionales de Estadística y Probabilidad es una temática reciente en el mundo de la investigación en educación estocástica. A pesar de ello, la comunidad internacional ha venido realizando ejercicios destacados tanto en la disciplina estadística como en la de probabilidad. Por ejemplo, Langrall (2018) documentó como es que contenidos de probabilidad han sido sistemáticamente relegados del currículum matemático para la educación básica durante las reformas estadounidenses de los últimos 30 años, y destaca que el currículum matemático estadounidense sigue la tendencia mundial de restringir fuertemente la enseñanza de la probabilidad hasta los 11 años.

Para este trabajo, revisamos la reciente monografía titulada *Research on Reasoning with Data and Statistical Thinking: International Perspectives* (Burril et al., 2023), cuya creación y publicación es impulsada por la prestigiosa revista ZDM-Mathematics Education y que dedica una sección de artículos que describen el estado de los currículos de estadística en la educación secundaria (12 a 18 años) de diferentes países del mundo.

A través del análisis de documentos oficiales correspondientes, se presenta una descripción concisa de los currículos de estadística en los países de Brasil (de Oliveira, 2023), Alemania (Podworny, 2023), Nueva Zelanda (Pfannkuch y Arnold, 2023), Filipinas (Reston, 2023), Sudáfrica (Bansilal, 2023), Turquía (Kazak, 2023) y Estados Unidos (Franklin, 2023). La atención de los investigadores se colocó en los contenidos temáticos y su distribución; el nivel de promoción de habilidades y razonamientos propios del pensamiento, razonamiento y cultura estadística; las recomendaciones, herramientas tecnológicas y recursos didácticos estadísticos de apoyo al docente y estudiante; así como las principales problemáticas que enfrenta cada país en sus procesos de implementación del currículum estadístico.

Con excepción de Nueva Zelanda, los currículos de dichos países evidencian una fuerte tendencia hacia contenidos de estadística descriptiva y un acercamiento muy limitado a la teoría de la probabilidad y la inferencia estadística. En general, el énfasis de los productos de aprendizaje es más de tipo procedimental y dejan de lado temáticas importantes como la alfabetización estadística, la ciencia de datos y la inteligencia artificial (IA).

La relevancia de considerar dichas temáticas en el currículum estriba en que orientan la enseñanza de la estadística hacia temas y habilidades específicas, consideradas necesarias para que el estudiantado se desempeñe apropiadamente en el entorno profesional y personal respecto al manejo y producción de información estadística. Por ejemplo, la alfabetización estadística busca que los estudiantes sean consumidores críticos de la información estadística

encontrada en el día a día (por ejemplo, Gal, 2002; Buscher, 2022), en términos de que sean capaces de interpretar y comunicar información estadística producida por ellos mismos u otros. En cambio, introducir elementos de la ciencia de datos y la IA, apunta a ligar la disciplina y práctica estadística con aplicaciones ampliamente contemporáneas que tienen cabida en la obtención y procesamiento de información en el mundo digital, es decir, para el desarrollo de algoritmos computacionales que hacen posible el trabajo con grandes volúmenes de datos encontrados en procesos diversos (por ejemplo, Lee et al., 2022).

Aunque en varios países se cuenta con herramientas tecnológicas ampliamente recomendadas para el desarrollo del razonamiento estadístico¹ (por ejemplo, Fathom para el caso de Alemania o Tinkerplots en el caso de Estados Unidos), su uso no es obligatorio ni se brindan lineamientos específicos para su uso por parte del profesorado. En edades iniciales se promueven habilidades del pensamiento estadístico², pero en el nivel bachillerato se privilegia el aprendizaje de técnicas de análisis de datos y se trabaja la teoría de probabilidad de manera desvinculada a la estadística. En todos los casos, los autores destacaron la necesidad de formar y actualizar urgentemente al profesorado en su conocimiento disciplinar y pedagógico en estadística, como una de las principales problemáticas para la correcta implementación de los currículos.

Por su parte, Burrell (2023) analizó los documentos curriculares de estos países y los de Australia, Colombia, Inglaterra, Finlandia, Japón, Corea y España, además de apoyarse en la consulta de artículos que describen la educación estadística en dichas localidades. La autora clasificó los currículos en tres tipos, a saber: (1) aquellos en donde los objetivos curriculares se relacionan con la introducción al análisis exploratorio de datos y el cálculo de estadísticos de resumen y de probabilidades simples; (2) aquellos en donde los objetivos curriculares van más allá del análisis de datos para incluir algo de inferencia estadística, pero abordada desde un enfoque más matemático que estadístico (enfoque *formal* de la enseñanza de la inferencia estadística); y (3) aquellos en donde las ideas se extienden más allá de fórmulas y procedimientos, el currículo se basa en el uso de datos y los procedimientos de simulación son precursores para introducir la inferencia estadística formal.

Mientras que la mayoría de los currículos analizados por la investigadora caen en los primeros dos tipos, solo el de Nueva Zelanda se ubica en el tercero, en tanto Estados Unidos y Japón cumplen parcialmente esta clasificación. El currículo de Nueva Zelanda se destaca porque está permeado, en todos sus niveles educativos, por la aproximación didáctica del ciclo investigativo estadístico³ (Wild y Pfannkuch, 1999); un uso extensivo y obligatorio de tecnologías digitales para la educación estadística (por ejemplo, CODAP e iNZight); una amplia disposición de diferentes sitios y repositorios de datos genuinos y atractivos para el desarrollo de proyectos estadísticos por parte de los estudiantes; así como la incorporación de tópicos de inferencia estadística que se abordan desde un enfoque informal (i.e., a través del uso de métodos de simulación como la técnica del Bootstrap).

Estudios realizados en el contexto mexicano

Aún no se cuenta con estudios como los anteriormente descritos para el caso de México. No obstante, algunos investigadores han realizado ejercicios más particulares que contribuyen a dilucidar el estado del currículo de estadística en el nivel medio superior y

otros. Por ejemplo, Cruz y Ojeda (2021) analizaron la casi totalidad de programas curriculares de materias de Estadística en instituciones de nivel superior en México, y encontraron que en la mayoría de las distintas áreas disciplinares, el énfasis del currículum está en técnicas de análisis de datos particulares y sus aspectos procedimentales, en ocasiones involucrando un software orientado a la práctica estadística profesional, lo cual deja de lado la formación de un pensamiento estadístico que incluya el resto de las etapas y componentes del ciclo investigativo estadístico.

Respecto al nivel bachillerato, Cuevas (2012) documenta que la reforma curricular del nivel medio superior del 2008 presentaba, a diferencia de la anterior, un mayor énfasis en objetivos curriculares que se orientan al tratamiento de datos estadísticos en problemas reales o ficticios, dando avisos de acercarse a una perspectiva internacional que pretende fomentar la cultura y pensamiento estadísticos genuinos en estudiantes de niveles preuniversitarios. Sin embargo, el autor señala la alta cantidad de tópicos por cubrirse, la falta de recursos didácticos y un enfoque pedagógico que guiaría al profesorado a promover los tipos de pensamientos y habilidades cognitivas estadísticas, así como la falta de evaluaciones estandarizadas enfocadas en evaluar razonamiento estadístico y no solo matemático.

Por su parte, Inzunza y Rocha (2021) analizaron los currículos de educación básica y educación media superior de México de las reformas propuestas en 2008, con el objetivo de analizar los contenidos disciplinares de estadística y recomendaciones didácticas correspondientes, para establecer relaciones entre ellos y proponer recomendaciones para propiciar el desarrollo de la educación estadística.

Destacan los siguientes aspectos relevantes: (1) la enseñanza de la estadística estaba presente desde preescolar hasta el nivel bachillerato, como se indica en recomendaciones internacionales, aunque en el último caso no es curricularmente obligatoria; (2) los tópicos estadísticos prescritos en el currículum de bachillerato cubrían la mayor parte del espectro que se considera como fundamentales dentro de la disciplina estadística (Burril y Biehler, 2011), siendo la inferencia estadística el gran faltante; (3) el uso de tecnología digital para la enseñanza de conceptos estocásticos y para el análisis de datos solo tiene referencias superficiales; y (4), en bachillerato (15 a 18 años) se producía un rompimiento en la trayectoria de desarrollo del pensamiento y habilidades estadísticas del estudiantado, pues en este nivel el tratamiento de los tópicos se enfocaba en técnicas de análisis de datos mientras que en educación básica (6 a 15 años) en las etapas previas de planteamiento de preguntas estadísticas y tratamiento de datos.

MARCO DE REFERENCIA

Para este trabajo nos enfocamos en el *currículum intencionado* (Mullis, 2019), que se constituye por documentos oficiales en los que se identifican las expectativas en cuanto a habilidades, competencias y conocimientos en esta disciplina, que los estudiantes deben alcanzar cuando se ha desarrollado e implementado el currículum. Para hacer operativo su análisis, nos centramos en los componentes del currículum tomados de la definición de Niss (2016), a saber:

- *Objetivos de aprendizaje*: los propósitos generales, resultados de aprendizaje deseables y objetivos específicos de la enseñanza y el aprendizaje que tienen lugar bajo las potencialidades del currículum.
- *Contenidos*: las áreas temáticas, conceptos, teorías, resultados, métodos, técnicas y procedimientos de referencia disciplinar involucrados en la enseñanza y el aprendizaje.
- *Materiales*: los materiales y recursos educativos, incluidos libros de texto, artefactos, manipulativos y sistemas digitales empleados en la enseñanza y el aprendizaje.
- *Formas de enseñanza*: las tareas, actividades y modos de funcionamiento del docente para operar con estos elementos.
- *Actividades para estudiantes*: los proyectos, actividades, tareas y asignaciones sugeridas para los estudiantes.
- *Evaluación*: objetivos, modalidades, formatos e instrumentos adoptados para la evaluación formativa y sumativa del desarrollo de conocimiento.

A partir de estas definiciones, en la siguiente sección explicamos el método de análisis que seguimos para caracterizar el currículum intencionado estadístico implicado en el MCEMS.

MÉTODO

Utilizamos una metodología de carácter documental (Marín y Noboa, 2013). Nuestros insumos se constituyen por los documentos oficiales que detallan los currículos matemáticos del nivel medio superior (SEP; 2023a, 2023b, 2023c), nos enfocamos en tres documentos curriculares: (1) el Programa de estudios del Recurso Sociocognitivo Pensamiento Matemático I (asignatura que comprende sólo a Estadística y Probabilidad), (2) las Progresiones de aprendizaje del recurso sociocognitivo Pensamiento matemático, y (3) las Orientaciones Pedagógicas del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático. Respecto al proceso de análisis, se tomaron las siguientes consideraciones:

- Para el componente de objetivos, los documentos fueron inspeccionados para identificar extractos que revelen propósitos generales, aprendizajes deseados y objetivos específicos para la educación estadística del estudiantado. Se identificó, además, si las temáticas de alfabetización estadística, ciencia de datos y la IA estaban contempladas en el currículum, como algún tipo de objetivo o meta para orientar el aprendizaje de los estudiantes.
- Para el componente de contenidos, se caracterizaron los tópicos prescritos en el currículum según las ideas estadísticas fundamentales propuestas por Burril y Biehler (2011). Para esto se clasificaron los tópicos prescritos en las categorías de *datos, variabilidad, distribución, representación, asociación y modelación de relaciones entre dos variables, modelos de probabilidad*, así como *muestreo e inferencia estadística*.
- Los componentes restantes se trabajaron de manera conjunta. En el primer caso, correspondiente a materiales y formas de enseñanza, se identificaron los recursos,

artefactos y sus modos de operación sugeridos para la enseñanza de contenido estadístico. Para ello se identificó la presencia de tecnologías sugeridas para llevar a cabo procesos de enseñanza estadística, materiales didácticos y repositorios de datos para el desarrollo de proyectos estadísticos, y pautas o lineamientos que ligen dichos materiales con alguna visión de la educación estadística (sea alfabetización estadística, pensamiento o razonamiento estadístico).

- Dado que los textos oficiales de las diferentes asignaturas del MCCEMS aún no están disponibles, el componente de actividades para estudiantes se atendió vía el análisis de un ‘ejemplo didáctico’ que proviene del documento de orientaciones pedagógicas (SEP, 2023a), diseñado para ilustrar y explicar las maneras deseables en las que los profesores deberían operar con los tópicos de la asignatura de Estadística y Probabilidad. Respecto a formas de evaluación, se identificaron los objetivos, modalidades, formatos e instrumentos adoptados para la evaluación formativa y sumativa del desarrollo de conocimiento estadístico.

Finalmente, los hallazgos en cada componente se relacionaron con sugerencias y perspectivas internacionales acerca de la educación estadística.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Objetivos

De manera general, el MCCEMS aboga por el trabajo multi e interdisciplinario en áreas como la lengua, las ciencias naturales y experimentales, la cultura digital e inclusive el bienestar emocional y afectivo. Dos aprendizajes que se buscan en el egresado se relacionan con la enseñanza de la estadística:

Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades, y de la vida cotidiana). Modela y propone soluciones a problemas tanto teóricos como de su entorno, empleando lenguaje y técnicas matemáticas. (SEP, 2023b, p. 5).

El programa de la asignatura de Pensamiento Matemático I prescribe 15 aprendizajes esperados que están planteados en términos de prácticas estadísticas, en las que se enfatiza la relevancia del concepto de variabilidad en las progresiones que se relacionan con la recolección de datos, la probabilidad y el tratamiento del muestreo. Sin embargo, tales progresiones se explican en términos de competencias y habilidades genéricas; por ejemplo, para el caso del trabajo con el muestreo se asocia la meta de que [el estudiante] “observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo”, en donde se promoverían “procesos de intuición y

razonamiento” que estimulen la “capacidad de pensar para observar”, el “pensamiento intuitivo” y el “pensamiento formal” (SEP, 2023b, p. 10).

Por una parte, esta distribución provoca que los componentes del razonamiento y pensamiento estadístico a los que se abona sean opacos; por otra, la estructuración de los aprendizajes da a entender que no están relacionados entre sí, pues se alternan prácticas estadísticas (por ejemplo, analizar cómo se relacionan dos variables categóricas) con probabilísticas (por ejemplo, explicar un evento aleatorio con base en la distribución normal) sin hacer explícita la relación que busca promoverse entre ambas disciplinas ni su encuadre dentro de los procesos que se siguen al realizar un proyecto estadístico genuino.

En cuanto a objetivos relacionados con la alfabetización estadística, dos metas de aprendizaje de la asignatura se relacionan con ella de manera indirecta: (1) verificar procedimientos usados en la resolución de problemas matemáticos y de otras áreas, así como (2) argumentar a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas intra o extra-matemáticos (SEP, 2023c). Solo uno de los 15 aprendizajes esperados se relaciona directamente con la alfabetización estadística, a saber: [el estudiante] “cuestiona afirmaciones estadísticas y gráficas, considerando valores atípicos (en el caso de variables cuantitativas) y la posibilidad de que existan factores o variables de confusión” (SEP, 2023b, p. 10).

Al respecto, Gómez-Blancarte et al. (2021) encontraron que los profesores de bachillerato que enseñan Estadística tienen la autopercepción de atender cabalmente objetivos de aprendizaje ligados directamente a la alfabetización estadística (por ejemplo, vía el análisis de notas periodísticas en las que se difunden resultados de un estudio o encuesta), pero a la fecha, no hay estudios que muestren evidencias contundentes de que las prácticas de los profesores se corresponden con dicha percepción. Los autores advierten que los profesores pueden estar dando más peso al aspecto procedimental, en detrimento de promover los diferentes procesos de razonamientos y habilidades estadísticas. De hecho, actualmente la falta de inclusión y trabajo escolarizado en estas temáticas es un hecho casi omnipresente en los currículos de estadística a nivel internacional (Burril et al., 2023), con la notoria excepción de Nueva Zelanda, Japón y Canadá, que recientemente han incorporado la alfabetización estadística al currículum como un tema obligatorio para estudiantes de bachillerato.

En cuanto a la ciencia de datos y la IA, solo se menciona a la segunda como un posible contexto (o ejemplo de aplicación) en el cual se puede evidenciar, “a manera de plática” (SEP, 2023a, p. 12), el uso de la estadística y la probabilidad.

Contenidos

El MCCEMS cubre, al menos de manera introductoria, la totalidad de las ideas estadísticas fundamentales de Burril y Biehler (2011):

Tabla 1*Distribución de contenidos según ideas fundamentales*

Idea estadística fundamental	Contenidos y prácticas asociadas
Datos	Investigar situaciones que requieran de la aplicación de entrevistas, encuestas, recolección de mediciones experimentales y la consulta de bases de datos
Representación	Construir e interpretar contextualmente gráficos básicos (histograma, distribución de frecuencias y ojiva), medidas de tendencia central (media, mediana y moda) y de posición (cuartiles, deciles y percentiles)
Variabilidad	Calcular e interpretar medidas de dispersión básicas (rango, desviación media y varianza) en situaciones de contextos cercanos al entorno o comunidad del estudiantado
Asociación y modelación entre variables	Utilizar la regresión y correlación lineal para el trabajo con datos bivariados y el análisis de relaciones entre variables estadísticas
Modelos de probabilidad	Abordar la teoría probabilística vía su significado frecuentista, además de incluir al enfoque clásico y brindar una introducción al enfoque subjetivo y la distribución normal
Distribución	Trabajar con distribuciones de frecuencias y utilizar la distribución normal en situaciones probabilísticas y estadísticas. Explorar la idea de variabilidad muestral
Muestreo e inferencia	Explorar las ideas de representatividad y variabilidad muestral, distribuciones de probabilidad y brindar un acercamiento a pruebas de hipótesis

Nota. Elaboración propia.

Se destacan, para la idea de probabilidad, el uso de simulaciones aleatorias físicas o computarizadas y el uso de paradojas para la enseñanza de la probabilidad condicional, además de retomar el tema de la distribución normal; sin embargo, los contenidos prescritos se cargan más hacia el enfoque clásico, lo cual limita una comprensión más holística y acorde a las necesidades actuales del concepto de probabilidad (por ejemplo, Saldanha y Liu, 2014). A su vez, la distribución binomial está ausente del planteamiento curricular, pese a ser un tema ampliamente sugerido para estudiantes de nivel bachillerato por tener una estructura matemática de carácter más simple que la normal (Batanero y Borovcnick, 2016).

A diferencia del plan 2017, se busca atender las ideas de representatividad y variabilidad muestral con la ayuda de simulaciones aleatorias físicas o computarizadas, con el objetivo de que los estudiantes identifiquen patrones en la variabilidad de un estadístico o variable aleatoria cuando se muestrea repetidamente. Dichas prácticas son, desde nuestra perspectiva, apropiadas tanto para robustecer la idea de distribución – que es un concepto complejo que requiere de múltiples acercamientos – como para trabajar la idea de muestreo como antesala a la inferencia estadística. Finalmente, la idea conjunta de muestreo e inferencia se retoma en el MCCEMS:

[El estudiante] valora la posibilidad de hacer inferencias a partir de la revisión de algunas propiedades de la distribución normal y del sentido de la estadística

inferencial para considerar algunos fenómenos que pueden modelarse con dicha distribución (SEP, 2023b, p.50).

Aunque sin detallar, la propuesta sugiere que el profesor atienda el concepto de prueba de hipótesis como parte de esta progresión de aprendizaje. La reincorporación de esta idea estadística fundamental está acorde con la tendencia internacional actual de impulsar la educación estadística en niveles preuniversitarios en dirección del análisis exploratorio de datos y la inferencia estadística. En contraste, algunas propuestas abogan por la introducción de ideas relacionadas con el intervalo de confianza inclusive a la par de atender el concepto de prueba de hipótesis (Rossman, 2008; Bargagliotti et al., 2020), argumentando que “estimar con confianza” puede ser más cercano a la intuición que el razonamiento implicado en la prueba de hipótesis (Rossman, 2008).

Materiales y formas de enseñanza

El MCCEMS se enmarca en los principios de la NEM: pretende dejar atrás el modelo por competencias, adopta un enfoque constructivista y otorga un mayor peso como diseñador didáctico al profesor. A diferencia de los dos últimos planes curriculares (2008 y 2017), en el MCCEMS se enfatiza en mayor medida, al nivel de sugerencia, el uso de tecnología digital para la enseñanza y aprendizaje de conceptos estadísticos y probabilísticos; se sugiere “el uso de hojas de cálculo o software más sofisticado como R” (SEP, 2023b, p.46), así como de generadores de números aleatorios para el desarrollo de conocimiento (conceptual) sobre el enfoque frecuentista de la probabilidad, el coeficiente de correlación lineal, la noción de variabilidad muestral y para el cálculo de probabilidades en la distribución normal.

El uso de tecnología digital está respaldado por una cita del reporte ‘Guidelines for Assesment and Instrutction in Statistics Education II’ (GAISE II), en la que se reconoce, de manera general, el impacto de la tecnología en la enseñanza de la estadística y, en particular, sobre el uso de simulaciones aleatorias en acciones de muestreo repetido. La intención del MCCEMS sobre el uso de la tecnología es favorecer el desarrollo de conocimiento en conceptos que se consideran complejos y abstractos:

Es recomendable emplear los recursos didácticos mencionados arriba, sobre todo el uso de applets y simuladores, pues nos permiten concretizar algunos conceptos de manera amigable que, de otra forma, pudieran resultar muy abstractos para las y los estudiantes (SEP, 2023a, p. 18).

No obstante, en los documentos solo se presenta una sugerencia específica de plataforma digital, en este caso de libre acceso, para el uso de simulaciones aleatorias en la enseñanza de contenidos estocásticos (<http://www.rossmanchance.com/applets/>). Si bien el sitio es una sugerencia incluida en el reporte GAISE II, no se comenta o invita a reflexionar al docente sobre sus potencialidades y limitaciones en la enseñanza, ni cómo es que puede integrarlas a su planeación, diseño e implementación de materiales y clases de estadística.

En cuanto a repositorios de datos sugeridos para el desarrollo de proyectos estadísticos, se hace una mención superficial a la consulta de bases de datos en el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), y a la revisión de videos en línea del programa

gubernamental Aprende en Casa, Jóvenes en TV (<http://jovenesencasa.sep.gob.mx/jovenes-en-tv/>), los cuales no tratan de manera alguna el tema de la enseñanza y aprendizaje de la estadística ni proveen recursos didácticos para su enseñanza. La metodología de trabajo por proyectos estadísticos está fuera del planteamiento curricular, pero se sugiere que, como “ambiente de aprendizaje”, el trabajo de planeación didáctica considere espacios que vayan más allá del aula física y la comunidad escolar.

Actividades para estudiantes y evaluación

La progresión de aprendizaje tomada para elaborar el ejemplo didáctico trata sobre como introducir el muestreo y muestreo aleatorio como necesidad de investigar una población que no puede ser analizada en su totalidad (SEP, 2023a). El planteamiento del ejemplo es de carácter ficticio; propone a los estudiantes que se imaginen a sí mismos recibiendo un mensaje de texto ‘sospechoso’ vía Facebook por parte de un amigo, de tal manera que deben elaborar una estrategia para confirmar su autenticidad utilizando registros de conversaciones previas.

Se anima a los estudiantes a proponer soluciones y discutir las en un debate abierto durante la clase, pero el foco de la actividad cambia abruptamente hacia un nuevo objetivo: cómo calcular la longitud promedio (número de letras) de una palabra en un texto o individuo determinado. Se recomienda al profesor utilizar un poema de Octavio Paz para ilustrar esta actividad, así como buscar conexiones con diferentes áreas de conocimiento, como las humanidades o el lenguaje, con el objetivo de promover un abordaje inter y multidisciplinario del aprendizaje. El ejemplo finaliza con una exploración, por parte de los estudiantes, sobre la media muestral en este contexto (i.e., una muestra aleatoria de 10 longitudes) utilizando recursos digitales que faciliten un muestreo repetido a partir de las palabras del poema de Octavio Paz.

En nuestra consideración, parece que tanto el contexto como la estructura del ejemplo didáctico difícilmente corresponden a una lección orientada por una metodología de trabajo por proyecto estadístico, mientras que grandes problemáticas reales (por ejemplo, situaciones provenientes de ciencias, tecnología, ingeniería, artes o matemáticas), intereses y preocupaciones de los estudiantes mexicanos de bachillerato (por ejemplo, problemáticas de movilidad o de consumo de cigarro electrónico) son excluidos. En general, el ejemplo didáctico evidencia una intención de, aunque sea a manera forzada y artificial, centrarse únicamente en la exploración de conceptos asociados al muestreo.

En cuanto a modos de evaluación, en el ejemplo didáctico se sugieren tres momentos de evaluación sobre el desempeño de los estudiantes: al plantear una primera propuesta de solución al problema; durante la realización de procedimientos en el desarrollo de las actividades; y al exponer reflexiones personales sobre “la representatividad de las muestras” (SEP, 2023a, p.13).

El planteamiento general para la evaluación es acorde a una evaluación formativa y de coevaluación, en las que se valora el desempeño de los estudiantes de maneras genérica pero alineadas a metas de aprendizaje generales descritas en la sección de objetivos; por ejemplo, se propone al docente identificar si el estudiante “colabora y apoya a sus

compañeros de manera respetuosa”, “mantiene la armonía y cohesión grupal, sin causar conflictos”, “favorece los procesos de pensamiento y comportamiento de las y los estudiantes” o “incide en la motivación de los aprendizajes ya que impacta en la autoestima de las y los estudiantes”.

Queda a cargo del criterio del profesor el concretar (una proporción pequeña de) evaluaciones enfocadas directamente en analizar competencias relacionadas con el pensamiento y prácticas estadísticas. Entonces, en el caso del ejemplo didáctico, tales evaluaciones consisten en que [el estudiante] “identifica las razones por las que hay un sesgo en la muestra” y “propone un método que considere la toma de muestras aleatorias” (SEP, 2023a, p.14). No obstante, estas orientaciones despiertan dudas y preguntas sobre, entre otras cuestiones, qué aspectos deben ser considerados como prioritarios y evaluados al momento de trabajar con la exploración del muestreo, según el recorrido de actividades y conceptos involucrados expuestos en el ejemplo didáctico.

A nivel general, es actualmente incierto si las evaluaciones estandarizadas sobre conocimientos matemáticos en este nivel educativo se alinearán a los nuevos contenidos y materiales del MCCEMS (por ejemplo, evaluar a los estudiantes utilizando los mismos simuladores o números de generadores aleatorios usados en las sesiones de clase), puesto que las evaluaciones sobre desempeño matemático más recientes han estado inclinadas a evaluar aspectos procedimentales y de razonamiento matemático en general (Hoyos et al., 2018), y no tanto así en procesos de razonamiento y habilidades estadísticas. Esta falta de alineación entre implementación del currículum estadístico y las correspondientes evaluaciones de aprendizaje ocurre con frecuencia en el ámbito internacional, como en los casos de Filipinas, Turquía y Sudáfrica (Burril, 2023).

CONCLUSIONES

Las características que hemos evidenciado del currículum intencionado de educación estadística que se enmarca en el MCCEMS, reflejan que muchos de los resultados de Cuevas (2012) e Inzunza y Rocha (2021) sobre la reforma del 2008 aun aplican al currículum de educación estadística de bachillerato. Por una parte, se mantiene la estructura curricular cargada de muchos contenidos para atenderse en un solo semestre lectivo que dura a lo mucho cuatro meses, y por otra, también consideramos que los cambios realizados a la propuesta curricular dan cuenta de un proceso de transición a la categoría (3) de la clasificación de Burril (2023), es decir, el modelo curricular apuesta a trascender la enseñanza de la estadística descriptiva, extiende los contenidos hasta la inferencia tomando las simulaciones como precursores para su introducción.

Identificamos una falta de *coherencia* entre los componentes del currículum analizados, ya que se pretende alcanzar una enseñanza que apuesta a lo multidisciplinario, pero lo pretendido se vincula incipientemente con la práctica estadística genuina, ya que los pocos recursos didácticos sugeridos se enfocan en el uso de tecnología para el desarrollo conceptual de ciertos contenidos estocásticos. En general, destacamos que la organización de los contenidos, objetivos, recursos y su uso, está desvinculada del ciclo investigativo estadístico de manera holística, situación aún generalizada en la mayoría de los currículums

estadísticos del mundo (Burril, 2023) y que representa un impase hacia la perspectiva multidisciplinaria del aprendizaje.

Una de las principales implicaciones de este trabajo para la educación estadística que se da en el contexto mexicano es que los profesores de bachillerato tendrán el gran reto de poner en marcha la propuesta del MCCEMS disponiendo de escasos recursos y orientaciones ampliamente sugeridos para impulsar procesos de enseñanza y aprendizaje estadístico, adoleciendo en particular de aquellas que les permitan dar uso apropiado a tecnologías para la enseñanza de la estadística y el trabajo por proyecto estadístico que fomente un aprendizaje multidisciplinario.

Esta situación es potencialmente riesgosa para el alcance de los objetivos declarados en el MCCEMS, en vista de que el profesorado de bachillerato no suele recibir instrucción formal en pedagogía ni en la didáctica de la estadística durante su formación profesional (a diferencia de la formación que sí recibe la mayoría del profesorado de primaria y secundaria), lo cual dificulta considerablemente que pueda identificar problemáticas en el planteamiento curricular e incidir en ellas. En consecuencia, si bien el modelo del MCCEMS impacta en que el aprendizaje de la estadística y la probabilidad se vuelve obligatoria en el bachillerato, se corre el riesgo de que las prácticas de enseñanza de los profesores no estén suficientemente alineadas al planteamiento curricular, lo que provocaría que el aprendizaje estadístico de los estudiantes conlleve conocidas limitaciones conceptuales, procedimentales y de razonamiento, que ocurren en buena medida por favorecer una enseñanza tradicional de la estadística y la probabilidad (Burril y Biehler, 2011).

Finalmente, una limitación importante de nuestro estudio es que nos restringimos a realizar un análisis de documentos curriculares que giran alrededor de la materia de Estadística y Probabilidad, por lo que es evidente que se requiere mayor investigación tanto en los componentes del currículum intencionado como en su versión implementada, prestando especial atención al impacto en la educación estadística del estudiantado y los retos del profesorado en adaptarse (o no) a la nueva propuesta curricular.

REFERENCIAS

- Bansilal, S. (2023). Statistics and Probability in the Curriculum in South Africa. En G. Burril, L. de Oliveria, & E. Reston (Eds.). *Research on Reasoning with Data and Statistical Thinking: International Perspectives, Advances in mathematics education*, (pp. 39-42). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-29459-4_7
- Bargagliotti, A., Franklin, C., Arnold, P., Gould, R., Johnson, S., Perez, L., & Spangler, D. (2020). *Pre-K-12 guidelines for assessment and instruction in statistics education II (GAISE II). A Framework for Statistics and Data Science Education*. American Statistical Association. Disponible en línea: https://www.amstat.org/asa/files/pdfs/GAISE/GAISEIIPreK-12_Full.pdf
- Batanero, C., & Borovcnick, M. (2016). *Statistics and Probability in High School*. Sense Publishers. The Netherlands.

- Burril, G. (2023). An International Look at the Status of Statistics Education. En G. Burril, L. de Oliveria, & E. Reston (Eds.). *Research on Reasoning with Data and Statistical Thinking: International Perspectives, Advances in mathematics education*, (pp. 11-16). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-29459-4_2
- Burrill, G. & Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.). *Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICM/IASE Study*, (pp. 57-69). Springer.
- Burril, G., de Oliveria, L., & Reston, E. (2023) *Research on Reasoning with Data and Statistical Thinking: International Perspectives. Advances in mathematics education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-29459-4>
- Büscher, C. (2022). Design Principles for Developing Statistical Literacy in Middle Schools. *Statistics Education Research Journal*, 21(1), 8-8. <https://doi.org/10.52041/serj.v21i1.80>
- Cruz, C., & Ojeda, M. (2021). A diagnosis of Statistical Service Courses in Mexico. *Statistics Education Research Journal*, 20(2), 10-10. <https://doi.org/10.52041/serj.v20i2.360>
- Cuevas, J. (2012). Panorama actual de los estándares educativos en estocástica. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 12(2), 1-12. <https://doi.org/10.18845/rdmei.v12i2.1672>
- de Oliveira-Souza, L. (2023). The Brazilian National Curricular Guidance and Statistics Education. En G. Burril, L. de Oliveria, & E. Reston (Eds.). *Research on Reasoning with Data and Statistical Thinking: International Perspectives, Advances in mathematics education*, (pp. 17-21). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-29459-4_3
- Franklin, C. (2023). United States Statistics Curriculum. En G. Burril, L. de Oliveria, & E. Reston (Eds.). *Research on Reasoning with Data and Statistical Thinking: International Perspectives, Advances in mathematics education*, (pp. 49-53). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-29459-4_9
- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International statistical review*, 70(1), 1-25. <https://doi.org/10.2307/1403713>
- Gómez-Blancarte, A., Rocha, R., & Chávez, R. (2021). A survey of the teaching of statistical literacy, reasoning and thinking: teachers' classroom practice in mexican high school education. *Statistics Education Research Journal*, 20(2), 1-18, <https://doi.org/10.52041/serj.v20i2.397>
- Hoyos, V., Navarro, M., Raggi, V., & Rojas, S. (2018). 1993 and 2009/2011 School mathematics curriculum reforms in Mexico: Cosmetic changes and challenging results. En Y. Shimizu y R. Vithal (Eds.). *School mathematics curriculum reforms:*

Challenges, changes and opportunities. Proceedings of the twenty-fourth ICMI study conference (pp. 253–260). International Commission on Mathematical Instruction.

- Inzunza, S., y Rocha, E. (2021). Los datos y el azar en el currículo de educación básica y bachillerato en México: reflexiones desde la perspectiva internacional. *Diálogos sobre educación. Temas actuales en investigación educativa*, 12(23), 1-13. <https://doi.org/10.32870/dse.v0i22.717>
- Kazak, S. (2023). Statistics in the School Level in Turkey. En Burril, G., de Oliveria, L. & Reston, E. (Eds.). *Research on Reasoning with Data and Statistical Thinking: International Perspectives, Advances in mathematics education*, (pp. 43-47). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-29459-4_8
- Langrall, C. (2018). The status of probability in the elementary and lower secondary school mathematics curriculum: The rise and fall of probability in school mathematics in the United States. En C. Batanero, C., & E. Chernoff (Eds.). *Teaching and Learning Stochastics: Advances in Probability Education Research*, (pp. 39-50). Springer.
- Lee, H.S., Mojica, E., Thraser, E., & Baumgartner, P. (2022). Investigating data like a data scientist: key practices and processes. *Statistics Education Research Journal*, 21(2), 1-23, <https://doi.org/10.52041/serj.v21i2.606>
- Marín, A., y Noboa, A. (2013). *Conocer lo Social: Estrategias, técnicas de construcción y análisis de datos*. Madrid, Editorial: Fragua.
- Mullis, I. (2019). Introduction. En Mullis, Ina y Martin, Michael (Eds.). *TIMSS 2019 assessment framework*, (pp. 1–12). TIMSS & PIRLS International Study Center.
- Niss, M. (2016). Mathematical standards and curricula under the influence of digital affordances: Different notions, meanings and roles in different parts of the world. En M. Bates & Z. Usiskin (Eds.). *Digital curricula in school mathematics* (pp. 239–250). Information Age Publishing.
- Pfannkuch, M., & Arnold, P. (2023). New Zealand Statistics Curriculum. En G. Burril, L. de Oliveria, & E. Reston (Eds.). *Research on Reasoning with Data and Statistical Thinking: International Perspectives, Advances in mathematics education*, (pp. 27-31). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-29459-4_5
- Podworny, S. (2023). Statistics and Probability Education in Germany. En G. Burril, L. de Oliveria, & E. Reston (Eds.). *Research on Reasoning with Data and Statistical Thinking: International Perspectives, Advances in mathematics education*, (pp. 23-26). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-29459-4_4
- Reston, E. (2023). Statistics Education in the Philippines: Curricular Context and Challenges of Implementation. En G. Burril, L. de Oliveria, & E. Reston (Eds.). *Research on Reasoning with Data and Statistical Thinking: International Perspectives, Advances in mathematics education*, (pp. 33-38). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-29459-4_6

- Rossmann, A. (2008). Reasoning about informal statistical inference: one statistician's view. *Statistics Education Journal*, 7(2), 5-19. <https://doi.org/10.52041/serj.v7i2.467>
- Saldanha, L., y Liu, Y. (2014). Challenges of Developing Coherent Probabilistic Reasoning: Rethinking Randomness and Probability from a Stochastic Perspective. En E. J. Chernoff, & B. Sriraman (Eds.). *Probabilistic Thinking, presenting plural perspectives*, (pp.367-396). Springer. https://dx.doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_20
- Secretaría de Educación Pública. (2023a). *Orientaciones Pedagógicas del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático*. México: SEP. <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Orientaciones%20pedag%C3%83%C2%B3gicas%20-%20Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico.pdf>
- Secretaría de Educación Pública. (2023b). *Progresiones de aprendizaje del recurso sociocognitivo Pensamiento matemático*. México: SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2023c). *Programa de estudios del Recurso Sociocognitivo Pensamiento Matemático I*. México: SEP. <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico%20I.pdf>
- Secretaría de Educación Pública. (2023d). *¿Qué es la Nueva Escuela Mexicana?* México: SEP. [https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Que%20es%20la%20NEM_\(Infografia\).pdf](https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Que%20es%20la%20NEM_(Infografia).pdf)
- Secretaría de Educación Pública. (2023e). *La Nueva Escuela Mexicana (NEM): orientaciones para padres y comunidad en general*. México: SEP. https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/030623_La%20Nueva%20Escuela%20Mexicana_orientaciones%20para%20padres%20y%20comunidad%20en%20general_COSFAC.pdf
- Silvestre, E., y Cañez, O.A. (2023). La Nueva Escuela Mexicana: avances y retos en el currículum estadístico del bachillerato mexicano. En L. Tauber, C. Vásquez Ortiz y J. Pinto-Sosa (Comps.), *Educación Estadística para la formación de la ciudadanía crítica* (pp. 287-294). Universidad Nacional del Litoral.
- Shimizu, Y., y Vithal, R. (2023) *Mathematics curriculum reforms around the world. New ICMI studies series*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-13548-4>
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion). *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.

CreeA-Mat: Cuestionario de Creencias de Autoeficacia para la Solución de Problemas Matemáticos de estudiantes mexicanos de secundaria

CreeA-Mat: Questionnaire of Self-Efficacy Beliefs for Solving Mathematical Problems of Mexican high school students

Olimpia Gómez Pérez¹

¹Universidad Nacional Autónoma de México, México (draoligomez@gmail.com)

Cómo citar este artículo:

Gómez Pérez, O. (2024). CreeA-Mat: Cuestionario de Creencias de Autoeficacia para la Solución de Problemas Matemáticos de estudiantes mexicanos de secundaria. *Educación y ciencia*, 13(61), 172-188.

Recibido: 1 de diciembre de 2023 | Aceptado: 12 de abril de 2024 | Publicado: 15 de julio de 2024

Resumen

Se presenta evidencia de validez y confiabilidad para un instrumento de creencias de autoeficacia para la solución de problemas matemáticos, tanto desde la Teoría Clásica de los Tests como de la Teoría de Respuesta al Ítem, enfatizando la necesidad de precisar tanto el contexto como el tipo de autoeficacia que se quiere medir, para aumentar las propiedades psicométricas de instrumentos para medir esta variable. En conclusión, el CreeA-Mat, posee evidencia favorable para recomendar su uso para aportar evidencia empírica tanto sobre las características de las creencias de autoeficacia para la solución de problemas, como respecto a su impacto en el rendimiento académico de estudiantes de secundaria en la materia.

Palabras clave: creencias; autoeficacia; matemáticas; secundaria; rendimiento académico

Abstract

Evidence of validity and reliability is presented for an instrument of self-efficacy beliefs for solving mathematical problems, both from Classical Test Theory and Item Response Theory, emphasizing the need to specify both the context and the type of self-efficacy that aims to be measured, to increase the psychometric properties of instruments for this variable. In conclusion, the CreeA-Mat has positive evidence to recommend its use to provide empirical evidence both on the characteristics of self-efficacy beliefs for problem solving, and regarding its impact on the academic performance of highschool students in the subject.

Keywords: beliefs; self-efficacy; mathematics; highschool; academic achievement

INTRODUCCIÓN

La autoeficacia es un constructo psicológico que tiene enorme impacto en la vida de las personas. No sólo se relaciona con la salud mental (Gallagher et al., 2019) y física (Liang et al., 2021; Medrano-Ureña et al., 2020), sino también con la vida profesional (Bernales-

Turpo et al., 2022), la elección de carrera (Livinti et al., 2021; Stead et al., 2021), la crianza y el desarrollo (Albanese et al., 2019; Yada et al., 2022), sin mencionar su enorme impacto en la enseñanza (Alanoglu, 2022), el aprendizaje y el rendimiento académico (Ayllón et al., 2019; Sung et al., 2021).

Desde que Albert Bandura introdujo el término en la literatura (1977), se han realizado infinidad de estudios resultando en gran cantidad de instrumentos para medirla; la mayoría de ellos son cuestionarios que se basan en la definición general de autoeficacia, y no presentan los debidos análisis psicométricos, lo cual nos lleva a preguntarnos si realmente se está midiendo el constructo y qué tan confiables son los resultados.

La autoeficacia está definida como “las creencias de las personas sobre sus capacidades para producir determinados niveles de desempeño que ejercen influencia en eventos que afectan sus vidas”, determinan lo que la gente siente y piensa, qué las motiva y cómo se comportan, ejerciendo su efecto a través de cuatro procesos: cognición, motivación, afectos y selección de procesos (Bandura, 1994, p. 2).

En este sentido, muchos de los instrumentos que se utilizan en estudios sobre la relación de la autoeficacia con otras variables, son cuestionarios cortos que preguntan directamente a las personas qué tan capaces se creen para lograr un resultado en general (Hussein et al., 2020). También utilizan la Escala de Autoeficacia General de Schwarzer y Jerusalem (1995), cuyo nombre puede resultar confuso, ya que no mide autoeficacia en general sino la autoeficacia para desempeñarse en diferentes tareas cotidianas, así como para superar adversidades de la vida diaria (APA PsycNet, 2023). Además del reto que implica desarrollar instrumentos precisos para medir las creencias de autoeficacia de resultados específicos en las diferentes actividades de la vida de las personas, también debe tomarse en cuenta la distinción entre creencias de autoeficacia y creencias atribucionales o, en palabras de Bandura: expectativa de resultado y expectativa de eficacia (1997).

Una expectativa de resultados se define como “la estimación de una persona de que determinada conducta le llevará a ciertos resultados. La expectativa de eficacia es la convicción de que uno puede ejecutar con éxito la conducta requerida para producir los resultados deseados. Las expectativas de resultados y de eficacia se diferencian porque los individuos pueden creer que determinado curso de acción producirá ciertos resultados, pero si hospedan serias dudas sobre si podrán desempeñar las actividades necesarias, esa información no influencia su comportamiento” (Bandura, 1997, pp. 193). Es decir, las creencias de autoeficacia (expectativa de resultado), tienen que ver con el nivel de seguridad de una persona para alcanzar un resultado determinado; mientras que, las creencias atribucionales (expectativa de eficacia), se relacionan con la seguridad que tiene una persona de ejecutar las acciones necesarias para alcanzar el resultado deseado.

Finalmente, Bandura (2006) también hace hincapié en la importancia de elaborar instrumentos con acciones (expectativa de eficacia) y/o resultados (expectativa de resultado) específicos para alcanzar mayores niveles de validez y confiabilidad en la medición de estas variables.

Por lo anterior, el presente artículo tuvo como propósito clarificar el término autoeficacia para diseñar un instrumento válido y confiable, que mida adecuadamente las expectativas de eficacia o creencias atribucionales de los estudiantes para las matemáticas en particular, y permita obtener resultados que orienten una toma de decisiones acertada. Así mismo, se buscó complementar la validez de constructo con índices más robustos tanto de la Teoría Clásica de los Tests como de la Teoría de Respuesta al Ítem.

ANTECEDENTES

La autoeficacia está definida como las creencias de las personas sobre sus capacidades para producir determinados resultados (Bandura, 1994). En psicología, una creencia es la asociación evaluativa de características o atributos con objetos, personas y situaciones significativas para la persona (APA, 2015); es una explicación individual de por qué y cómo ocurren los fenómenos y situaciones en nuestra vida cotidiana.

De esta manera, la autoeficacia, es un conjunto de explicaciones sobre qué tan capaces somos de alcanzar ciertos resultados. Debido a que la autoeficacia es una serie de creencias, y las creencias se asocian con un objeto, situación o persona, la autoeficacia no puede ser vista como un constructo general e independiente, siempre está asociado a resultados específicos para determinados objetos, personas o situaciones.

En la literatura, la autoeficacia matemática se define como las creencias o percepciones de una persona en relación con sus habilidades en matemáticas (May, 2009), o los juicios de las propias habilidades para desarrollar e implementar acciones correctas relacionadas con las matemáticas (Cuevas y Berou, 2016). Los autores de uno de los cuestionarios más utilizados para medir la autoeficacia matemática, el Mathematics Self-efficacy Scale (MSES), partieron de una selección detallada de las actividades relacionadas con las matemáticas y ubicaron tres dominios principales: la solución de problemas matemáticos, el uso de las matemáticas en la vida cotidiana y la capacidad para desempeñarse satisfactoriamente en cursos oficiales de matemáticas (Betz y Hackett, 1983).

Es así que, más específicamente, la autoeficacia matemática podría definirse como las creencias de un estudiante sobre su capacidad para resolver problemas matemáticos, utilizar las matemáticas en su vida cotidiana y desempeñarse satisfactoriamente en sus clases de matemáticas (Betz y Hackett, 1983). A su vez, podría dividirse en: creencias de autoeficacia matemática y creencias atribucionales en matemáticas.

Las creencias de autoeficacia estarían orientadas a los resultados, es decir, qué tan capaz se siente un estudiante de alcanzar resultados correctos en los problemas, utilizar las matemáticas en su vida cotidiana en los momentos oportunos y mostrar un desempeño óptimo en sus clases, que podría determinarse a través del rendimiento académico en matemáticas. Las creencias atribucionales, estarían orientadas al proceso: qué tan seguro está el estudiante de resolver correctamente los problemas, identificar las situaciones en que el uso de las matemáticas es necesario y ejecutarlo correctamente, así como tener un aprendizaje y desempeño matemático esperados.

Ya se ha reportado en la literatura que existen diferentes formas de medir la autoeficacia, según el área o la actividad a la que se dirija (Klieme y Schmidt-Borcherding, 2023), y que los niveles de autoeficacia son distintos para diferentes actividades, aún en las mismas personas (Handtke y Bögeholz, 2020). De acuerdo con Bandura (2006), la especificidad de los reactivos de escalas de autoeficacia está íntimamente relacionada con su validez y confiabilidad, por lo que sería recomendable diseñar instrumentos ad hoc que evalúen la autoeficacia matemática de las y los estudiantes, dependiendo de sus características como etapa del desarrollo y nivel escolar.

En México, la última reforma educativa, denominada Nueva Escuela Mexicana, busca dotar a las y los estudiantes de habilidades, más que contenidos, para desarrollarse cognitiva, social y afectivamente, al presentarles situaciones reales que les demanden la búsqueda y el análisis crítico de información, la puesta en práctica de sus conocimientos y la ejecución adecuada de procedimientos, de manera colaborativa, en relación con otras personas y dentro de su contexto, con respeto, solidaridad, equidad e integridad (SEP, 2023).

Para el caso particular de las matemáticas, estas se vuelven más un medio que un fin en sí mismas, no se busca que aprendan los conceptos y procedimientos matemáticos de manera aislada, sino que los implementen para identificar y resolver tanto problemáticas como necesidades en su vida cotidiana (SEP, 2023).

Dentro de este contexto, la adecuada solución de problemas matemáticos tiene especial relevancia, pues, además de permitir que los estudiantes obtengan un buen desempeño en las actividades escolares, lo que redundaría en una buena trayectoria educativa (Aravena-Bauzá y San Martín, 2022; Valtierra y Castillo, 2022), el desarrollo de las habilidades necesarias para resolver problemas matemáticos correctamente, favorece el pensamiento crítico y el desarrollo cognitivo de las y los estudiantes (Lleerena-Vivanco, 2021; Terroba et al., 2021).

De acuerdo con Arteaga-Martínez y colaboradores (2020), la resolución de problemas matemáticos demanda actividades de alto nivel cognitivo, que lleven a las y los estudiantes a indagar estrategias de solución, a través de la exploración, el cálculo y la evaluación. La resolución de problemas matemáticos puede dividirse en cuatro dimensiones: comprensión, estrategia, ejecución y revisión (Andrade y Narváez, 2017; Perales, 1993; Rico, 2007).

La comprensión tiene que ver con la capacidad del estudiante para entender el ejercicio matemático y saber claramente lo que se le solicita y/o el resultado al que debe llegar; la estrategia se relaciona con habilidades de planeación y monitoreo de estrategias de solución del problema matemático con base en el resultado que se pretende alcanzar. Por su parte, la ejecución se vincula con la capacidad para realizar correctamente los pasos necesarios para alcanzar el resultado deseado, mientras que, finalmente, la evaluación es la capacidad del estudiante para reflexionar sobre el resultado obtenido, identificar si es correcto y corregirlo en caso necesario (Andrade y Narváez, 2017; Perales, 1993; Rico, 2007).

Dado que la especificidad del instrumento potencializa su validez y confiabilidad para medir la autoeficacia, un buen instrumento de autoeficacia matemática tendría que enfocarse en alguna de las áreas o habilidades concretas que las y los estudiantes deben desarrollar en

alguno de los diferentes momentos de su trayectoria académica; así mismo, sería recomendable distinguir entre expectativas de resultado (creencias de autoeficacia) o expectativas de eficacia (creencias atribucionales) (Bandura, 2006).

Además de lo anterior, un buen instrumento debería desarrollarse de acuerdo con una serie de pasos para garantizar su fortaleza psicométrica, es decir que sus resultados sean tanto válidos como confiables. La validez muestra el nivel de acierto de las inferencias hechas a través del test o prueba; por su parte, la confiabilidad es evaluar el grado de precisión de las mediciones realizadas (Muñiz, 2005). Comúnmente se dice que la validez es que el instrumento mida lo que debe medir, y que la confiabilidad es el nivel de confianza que podemos tener en los resultados obtenidos; sin embargo, estas formas de ver dichos conceptos son poco claras y abstractas, en especial el de la validez.

Actualmente, la validez se comprende como una serie de procesos para garantizar y demostrar que hay evidencia empírica que respalda los resultados obtenidos en la prueba (Carrillo et al., 2020); es decir, que las respuestas de la persona realmente se deben al nivel que posee de la variable que se quiere medir. Por su parte, la confiabilidad puede ser mejor entendida recordando que no hay forma de medir directamente un constructo o variable no observable, como la autoeficacia. En este sentido, el puntaje observado siempre estará dado por el puntaje verdadero (que se desconoce), más el error. De esta manera, uno de los índices de confiabilidad más utilizado, el alfa de Cronbach, indica qué proporción de los puntajes obtenidos en la prueba se deben al puntaje verdadero y qué proporción es producto del error, es decir, qué tan estables, consistentes y precisos son estos puntajes.

La validez y la confiabilidad son pilares de la Teoría Clásica de los Tests (TCT), un conjunto de procedimientos estadísticos que permiten, tanto fundamentar adecuadamente las puntuaciones de los tests, así como la estimación de los errores de medida asociados (Muñiz, 2018). Más recientemente, también se han incorporado procedimientos de la Teoría de Respuesta al Ítem (TRI), que analiza con más profundidad los reactivos, en lugar de basarse en los puntajes globales de la prueba; lo que permite obtener mediciones invariantes respecto de los instrumentos utilizados y de las personas implicadas (Muñiz, 2018); es decir, mientras que en la TCT los puntajes no sólo dependen de la persona, sino también del instrumento (su estructura y extensión), la TRI permite obtener índices de discriminación y dificultad para los reactivos independientes del instrumento y las personas.

Retomando lo presentado anteriormente, la presente investigación instrumental tuvo como propósito clarificar el término autoeficacia para diseñar un instrumento válido y confiable, que mida adecuadamente las expectativas de eficacia o creencias atribucionales de los estudiantes para las matemáticas en particular, y permita obtener resultados que orienten una toma de decisiones acertada. Así mismo, se buscó complementar la validez de constructo con índices más robustos tanto de la TCT como de la TRI.

MÉTODO

Participantes

452 estudiantes de tercer grado de educación secundaria, inscritos en dos escuelas públicas de la Ciudad de México, seleccionadas por conveniencia; 65.9% en una escuela localizada en el centro de la ciudad y 34.1% en otra ubicada en la zona sur. La edad de los estudiantes se ubicó entre los 13 y 16 años ($M = 14.03$; $DE = .341$), la mitad de ellos eran hombres (53.1%).

Instrumentos y medidas

1. Cuestionario de Creencias de Autoeficacia Matemática para la Solución de Problemas (CreeA-Mat) (ver Tabla 1). Se desarrollaron 17 reactivos para medir las creencias del estudiante sobre sus capacidades para llevar a cabo los cuatro procesos básicos para la solución correcta de problemas matemáticos: comprender un ejercicio matemático, planificar su resolución, ejecutar el proceso y revisar el resultado obtenido. Cada proceso contó con cinco reactivos, excepto el de estrategia, donde se incorporaron solo tres reactivos (los mínimos para considerarse un factor), pues el proceso estratégico se vincula con los otros tres, por lo que los dos reactivos restantes resultaban muy parecidos a otros. Los reactivos se responden a través de una escala tipo Likert de 4 puntos: 1=Nada parecido a mí, 2=Poco parecido a mí, 3=Algo parecido a mí, 4= Totalmente igual a mí, esto con el objetivo de obtener mayor variabilidad en los puntajes evitando respuestas intermedias. Las preguntas se presentaron después de la siguiente indicación: De acuerdo con la actividad de matemáticas que acabas de leer, contesta las siguientes preguntas. Para evitar que las preguntas resultaran repetitivas debido a que se buscó que los reactivos fueran claros y tuvieran énfasis en las creencias de autoeficacia, la primera parte de la pregunta se escribió al principio del cuestionario: Cuando realizas actividades de matemáticas, ¿qué tan confiado/confiada estás de...?; posteriormente, se presentó el complemento de cada pregunta del instrumento.

Tabla 1*Subdimensiones, definición y reactivos del CreeA-Mat*

Subdimensiones	Definición	Reactivos
Comprensión	Creencias del estudiante sobre su capacidad para entender un ejercicio matemático y saber claramente lo que se solicita y/o el resultado al que hay que llegar.	1. ¿Qué tan capaz te sientes para comprender lo que se te solicita en el ejercicio? 2. ¿Qué tan capaz te sientes de entender el significado de todas las palabras del ejercicio? 3. ¿Qué tan capaz te sientes para ubicar los datos necesarios para resolver el ejercicio? 4. ¿Qué tan capaz te sientes para ubicar la/s incógnita/s del problema? 5. ¿Qué tan capaz te sientes para expresar el problema con tus propias palabras?
Estrategia	Creencias del estudiante sobre su capacidad para planificar y seguir una estrategia de solución del ejercicio matemático con base en el resultado deseado.	6. ¿Qué tan capaz te sientes para recordar cómo se resuelven otras actividades similares? 7. ¿Qué tan capaz te sientes para identificar las operaciones necesarias para resolver la actividad? 8. ¿Qué tan capaz te sientes de identificar los pasos necesarios para llegar al resultado correcto?
Ejecución	Creencias del estudiante sobre su capacidad para realizar correctamente los pasos necesarios para alcanzar el resultado deseado.	9. ¿Qué tan capaz te sientes de realizar en tiempo y forma los pasos que planeaste para realizar la actividad? 10. ¿Qué tan capaz te sientes de llegar al resultado correcto? 11. ¿Qué tan capaz te sientes de superar los obstáculos que enfrentes mientras resuelves la actividad? 12. ¿Qué tan capaz te sientes para identificar lo que estás haciendo mal mientras realizas la actividad? 13. ¿Qué tan capaz te sientes para modificar tu estrategia para llegar al resultado correcto?
Revisión	Creencias del estudiante sobre su capacidad para reflexionar sobre el resultado obtenido, identificar si es correcto y corregirlo en caso necesario.	14. ¿Qué tan capaz te sientes para revisar por ti mismo/a si tu resultado es el correcto? 15. ¿Qué tan capaz te sientes de recordar cuáles fueron tus dificultades durante la actividad y cómo las resolviste? 16. ¿Qué tan capaz te sientes de resolver correctamente actividades similares en un futuro? 17. ¿Qué tan capaz te sientes de explicar cómo llegaste a tu resultado?

Nota. Elaboración propia.

2. Actividad de matemáticas. Con el fin de dar un punto de referencia específico a los estudiantes para responder más precisamente el cuestionario, se presentó una actividad de matemáticas seleccionada del documento de maestros de 3er grado “Orientación didáctica y planes de clase. Bloque I” (Secretaría de Educación Pública, 2011). Los estudiantes tenían que resolver los cuatro problemas algebraicos con dificultad creciente, contemplados en la actividad mencionada. La tarea se calificó utilizando una rúbrica desarrollada para evaluar el nivel de desempeño observado en cada problema: no resuelto, insuficiente, bajo, medio y alto; cada nivel de cada problema tenía una puntuación, la puntuación más alta fue de 10.

3. Calificación asignada por el docente en el bimestre del estudio. También se utilizó la calificación de matemáticas que el docente asignó a cada estudiante de acuerdo con su desempeño a lo largo del bimestre en el que se realizó el estudio, para aportar mayor evidencia de validez al cuestionario.

Procedimiento

Durante las tres últimas semanas del mes de noviembre y la primera de diciembre de 2017, se acudió a las escuelas en los días y horarios acordados previamente con las directoras de los planteles, durante las clases de matemáticas, para que estuviera presente su profesor o profesora. En la primera hoja se presentó la actividad de matemáticas, seguida por el cuestionario. Se pidió a los estudiantes que primero leyeran atentamente la actividad, sin responderla y, después, respondieran el cuestionario. Una vez entregado el cuestionario, se dio tiempo a los estudiantes para resolver la actividad y poder correlacionar sus resultados con sus respuestas en el cuestionario.

Análisis de datos

Se construyó una base de datos en SPSS v.24. Posteriormente, un equipo de apoyo capturó los resultados de los cuestionarios en la base de datos. Finalmente, se procedió a analizar los datos utilizando tanto la Teoría Clásica de los Tests (Muñiz, 1994), como la Teoría de Respuesta al Ítem (Samejima, 1997). Se utilizaron los programas AMOS para análisis factorial confirmatorio e IRT-Pro versión para estudiantes para la calibración.

RESULTADOS

Análisis descriptivo

Como un primer paso se analizó la distribución de frecuencias para cada uno de los reactivos. Se revisó que las respuestas estuvieran distribuidas en todas las opciones; ningún reactivo presentó el 50% o más en alguna de las opciones posibles. Los 17 reactivos presentaron índices de asimetría y curtosis menores a 2 y las correlaciones reactivo-total fueron moderadas, entre .544 y .663. Cabe resaltar que todos los índices de asimetría son negativos, es decir que, hay un sesgo hacia los valores altos de la variable, como puede observarse en la Tabla 2.

Tabla 2*Índices descriptivos de los reactivos del CreeA-Mat*

Reactivo	<i>M</i>	<i>DE</i>	As.	Curt.	<i>R reactivo-total</i>
D1. ¿Identificar los pasos necesarios para tener el resultado correcto?	3.04	.782	-.647	.216	.663
D10. ¿Ubicar la/s incógnita/s del problema?	2.77	.794	-.255	-.177	.564
D11. ¿Explicar cómo llegaste a tu resultado?	2.70	.840	-.117	-.444	.544
D12. ¿Recordar cuáles fueron tus dificultades durante el ejercicio y cómo las resolviste?	2.89	.796	-.512	.103	.570
D13. ¿Superar los obstáculos que enfrentas mientras resuelves el ejercicio?	2.90	.720	-.363	.238	.654
D14. ¿Entender el significado de todas las palabras enunciadas en el ejercicio?	2.85	.726	-.117	-.209	.551
D15. ¿Recordar cómo se resuelven otros ejercicios similares?	2.95	.744	-.447	.170	.625
D16. ¿Identificar lo que estás haciendo mal mientras realizas el ejercicio?	2.87	.800	-.290	-.298	.592
D17. ¿Resolver correctamente ejercicios similares en un futuro?	2.90	.766	-.484	.195	.583
D2. ¿Identificar las operaciones necesarias para resolver el ejercicio?	2.93	.727	-.496	.436	.566
D3. ¿Ubicar los datos necesarios para resolver el ejercicio?	3.01	.768	-.502	-.014	.602
D4. ¿Expresar el problema con tus propias palabras?	2.73	.806	-.199	-.252	.558
D5. ¿Llegar al resultado correcto?	3.04	.747	-.502	.032	.644
D6. ¿Realizar en tiempo y forma los pasos necesarios para realizar el ejercicio?	2.85	.777	-.405	.051	.620
D7. ¿Comprender lo que se te solicita en el ejercicio?	2.99	.753	-.506	.164	.618
D8. ¿Modificar tu estrategia (lo que haces y piensas) para llegar al resultado correcto?	2.88	.794	-.414	-.069	.548
D9. ¿Revisar por ti mismo/a si tu resultado es el correcto?	2.91	.839	-.448	-.273	.594

Nota. Elaboración propia.

Análisis factorial exploratorio

Posteriormente, se llevó a cabo un análisis factorial exploratorio. Se eliminó el reactivo D7. “¿Qué tan capaz te sientes de comprender lo que se te solicita en el ejercicio?”, por presentar cargas factoriales de .467 y .489 en dos factores. Después de su eliminación, la organización del instrumento quedó en un solo factor con 16 reactivos que explican el 42.54% de la varianza, con un índice *KMO* de .946, un resultado significativo en la prueba de esfericidad de Bartlett ($p=.000$) y un alfa de .90. En la Tabla 3 se presentan las cargas factoriales de cada reactivo.

Tabla 3

Cargas factoriales de los reactivos del CreeA-Mat

Reactivo	Carga factorial
D1. ¿Identificar los pasos necesarios para tener el resultado correcto?	.720
D13. ¿Superar los obstáculos que enfrentes mientras resuelves el ejercicio?	.710
D5. ¿Llegar al resultado correcto?	.701
D15. ¿Recordar cómo se resuelven otros ejercicios similares?	.682
D6. ¿Realizar en tiempo y forma los pasos necesarios para realizar el ejercicio?	.677
D3. ¿Ubicar los datos necesarios para resolver el ejercicio?	.666
D9. ¿Revisar por ti mismo/a si tu resultado es el correcto?	.653
D16. ¿Identificar lo que estás haciendo mal mientras realizas el ejercicio?	.652
D17. ¿Resolver correctamente ejercicios similares en un futuro?	.640
D12. ¿Recordar cuáles fueron tus dificultades durante el ejercicio y cómo las resolviste?	.633
D10. ¿Ubicar la/s incógnita/s del problema?	.626
D2. ¿Identificar las operaciones necesarias para resolver el ejercicio?	.625
D4. ¿Expresar el problema con tus propias palabras?	.616
D8. ¿Modificar tu estrategia (lo que haces y piensas) para llegar al resultado correcto?	.609
D14. ¿Entender el significado de todas las palabras enunciadas en el ejercicio?	.609
D11. ¿Explicar cómo llegaste a tu resultado?	.600

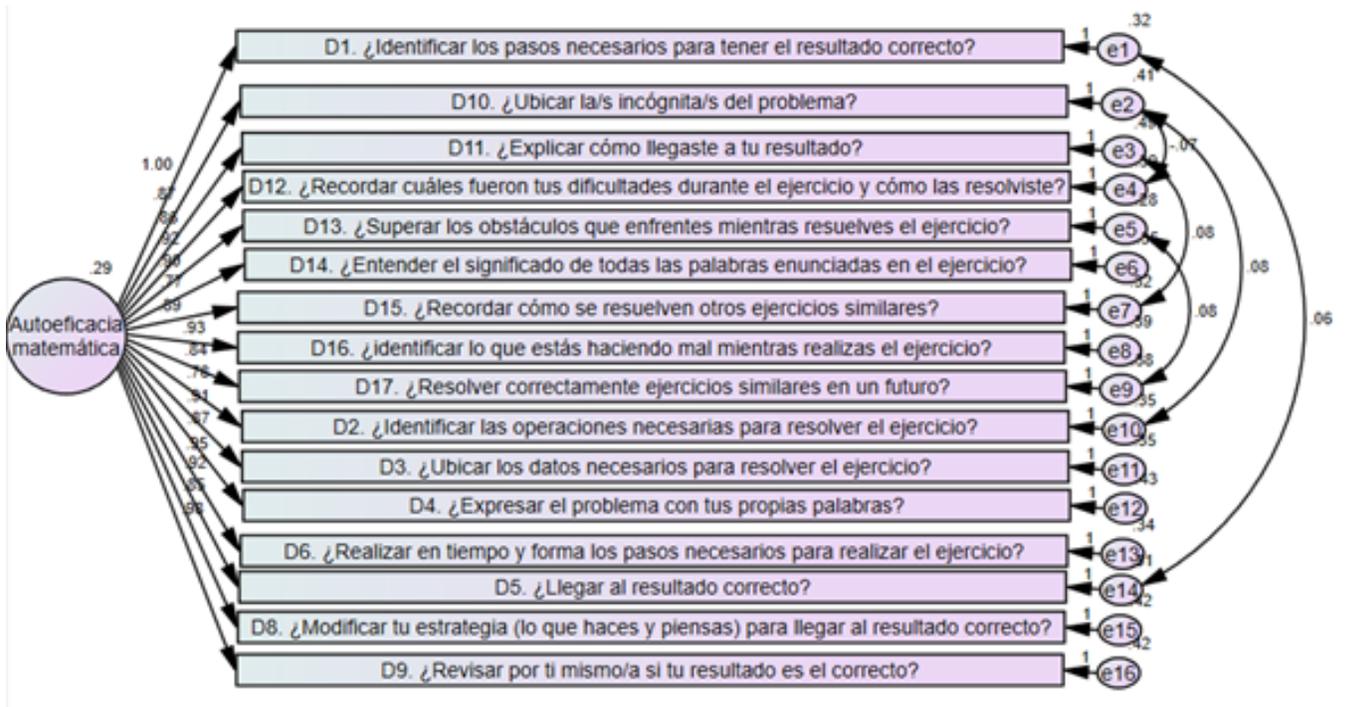
Nota. Elaboración propia.

Análisis factorial confirmatorio

Luego del análisis factorial exploratorio, se realizó un análisis confirmatorio que arrojó índices de ajuste adecuados: $\chi^2 = 159.925$ ($gl = 99, p=.000$), $CFI = 0.976$, $TLI = 0.971$, $RMSEA = 0.037$ con un intervalo de confianza del 90% (0.026, 0.47), y $SRMR = 0.019$ (véase Figura 1). |

Figura 1

Análisis confirmatorio del CreeA-Mat



Nota. Elaboración propia.

Calibración de los reactivos

Los reactivos pertenecientes a la escala, después del análisis factorial confirmatorio, fueron sometidos a un análisis de calibración, para conocer sus índices de discriminación y dificultad. En la Tabla 4 se presentan los índices de discriminación y dificultad de cada reactivo.

Tabla 4

Índices de discriminación (b_i) y dificultad (a) de los reactivos del CreeA-Mat

Reactivo	a	EE	b_1	EE	b_2	EE	b_3	EE
D1	2.13	0.26	-2.21	0.17	-1.01	0.10	0.73	0.24
D10	1.57	0.21	-2.33	0.21	-0.74	0.12	1.33	0.30
D11	1.45	0.20	-2.18	0.20	-0.57	0.14	1.34	0.32
D12	1.58	0.22	-2.29	0.21	-0.97	0.11	1.15	0.29
D13	2.08	0.30	-2.41	0.21	-0.91	0.10	1.13	0.28
D14	1.56	0.23	-2.97	0.32	-0.85	0.11	1.29	0.31
D15	1.87	0.28	-2.47	0.24	-1.00	0.10	1.01	0.27

D16	1.74	0.27	-2.37	0.23	-0.80	0.10	1.01	0.28
D17	1.70	0.27	-2.36	0.24	-0.98	0.10	1.15	0.29
D2	1.58	0.26	-2.68	0.30	-1.14	0.11	1.23	0.31
D3	1.81	0.29	-2.57	0.27	-1.03	0.09	0.84	0.26
D4	1.51	0.25	-2.26	0.24	-0.65	0.11	1.40	0.33
D5	2.07	0.35	-2.52	0.27	-1.00	0.09	0.79	0.25
D6	1.84	0.33	-2.22	0.24	-0.86	0.09	1.14	0.30
D8	1.50	0.27	-2.46	0.30	-0.93	0.10	1.17	0.31
D9	1.73	0.32	-2.16	0.24	-0.86	0.09	0.90	0.27

Nota. Elaboración propia.

Como se puede apreciar en la tabla, la dificultad de todos los reactivos de igual o mayor a 1.5, por lo que puede considerarse que tienen un nivel adecuado. Así mismo, los índices de discriminación entre las opciones de respuesta tienen una distribución aceptable, indicando que todos los reactivos discriminan entre valores bajos, medios y altos de la variable (Muñiz, 2018).

Autoeficacia matemática y rendimiento en una actividad y en la materia

Para aportar otros índices de validez al instrumento y al estudio, se realizaron análisis de correlaciones y regresiones entre la autoeficacia matemática y la calificación de los estudiantes, tanto en el bimestre correspondiente al estudio como en la actividad que se les presentó. En la Tabla 5 se presentan las correlaciones entre calificación en la actividad, el bimestre y la autoeficacia para la actividad de matemáticas.

Tabla 5

Correlaciones entre calificación en la actividad, el bimestre y la autoeficacia para la actividad de matemáticas

	Calificación en actividad	Calificación en el bimestre del estudio	Autoeficacia Matemática
Calificación en la actividad de matemáticas	1	.421**	.283**
Calificación en el bimestre del estudio	.421**	1	.310**
Autoeficacia Matemática	.283**	.310**	1

Nota. **= $p < .001$.

Las regresiones indicaron que es poca la varianza explicada por la autoeficacia matemática tanto en la calificación en la actividad (8%, $F(1,403)=35.07$, $p=.000$) como en el bimestre del estudio (9.6%, $F(1,446)=47.327$, $p=.000$).

Los datos anteriores permiten concluir que el Cuestionario de Creencias de Autoeficacia para la Solución de Problemas Matemáticos (CreeA-Mat) es una medida válida y confiable para evaluar esta variable con estudiantes adolescentes hispanohablantes.

CONCLUSIONES

Un proceso adecuado de diseño y validación de instrumentos psicológicos es esencial para la toma correcta de decisiones, con base en evidencia tanto teórica como empírica. El proceso de diseño y validación de un instrumento debe siempre incluir una validación cualitativa y otra cuantitativa, que permitan garantizar la confiabilidad y validez de los datos aún desde el diseño de los reactivos.

En este sentido, un buen instrumento de autoeficacia matemática tendría que, no sólo partir del concepto general de autoeficacia, sino también precisar tanto el tipo de autoeficacia que se pretende medir (creencias sobre la capacidad para llevar a cabo los procesos vs creencias sobre la capacidad para alcanzar productos o resultados), así como acotar el contexto en el que le va a medir, ya que no es lo mismo la autoeficacia para resolver un problema que para encontrar un resultado, así como no es igual la autoeficacia para matemáticas que para otras asignaturas (Grigg et al., 2018).

Actualmente, toda la educación básica se orienta principalmente a desarrollar la autonomía en las y los aprendices (SEP, 2023). Gran parte de esta autonomía se consigue al fomentar la capacidad para resolver problemas en la vida cotidiana; por tal motivo, que las y los estudiantes aprendan a resolver problemas matemáticos contextualizados se vuelve de vital importancia. De acuerdo con diversos autores, la solución de problemas matemáticos conlleva cuatro procesos esenciales: comprensión, estrategia, ejecución y revisión (Andrade y Narváez, 2017; Perales, 1993; Rico, 2007).

Si contrastamos las definiciones de expectativas de resultados (creencias de autoeficacia) y expectativa de eficacia (creencias atribucionales) (Bandura, 1997) con los procesos esenciales para la solución de problemas matemáticos, podemos ver que las expectativas de eficacia: qué tan capaz me siento de ejecutar exitosamente la conducta necesaria para obtener el resultado que deseo, se vinculan más con los procesos que con los resultados en la solución de un problema matemático. La claridad teórica a partir de la que se desarrolló el instrumento permitió encontrar los índices psicométricos tan favorables que se discuten a continuación.

Todos los reactivos del CreeA-Mat tienen una distribución de frecuencias adecuada, así como índices de asimetría y curtosis aceptables. Sin embargo, los índices de asimetría son negativos, por lo que existe un sesgo hacia los valores altos de la variable. Es decir, los estudiantes se sienten altamente autoeficaces para llevar a cabo los cuatro procesos esenciales de la solución de problemas. Este dato llama la atención si se contrasta con las correlaciones en el bimestre del estudio, la calificación en matemáticas y el propio puntaje de autoeficacia, que, aunque este último tendió a valores altos, no se asocia fuertemente con ninguna de las otras dos variables (aunque todas las correlaciones fueron significativas con una p menor a .001).

En gran variedad de estudios, la autoeficacia ha presentado una relación positiva significativa con el rendimiento académico medido a través de las calificaciones (Pajares et al., 2000), así como en puntajes obtenidos en actividades específicas (Zimmerman, 2002). Lo mismo fue encontrado en el presente estudio, pues la autoeficacia se correlacionó significativamente con la calificación en el bimestre del estudio y en la actividad de matemáticas, aunque las correlaciones fueron bajas y moderadas.

Lo anterior puede deberse a que, por un lado, la solución de problemas matemáticos no era el tema que se estaba revisando en clases al momento de la medición, lo cual puede constatarse con la correlación moderada entre la calificación en el bimestre y la calificación en la actividad de matemáticas ($r=.421$, $p<.001$). Sin embargo, la correlación entre la actividad y la autoeficacia matemática fue la más baja ($r=.283$, $p<.001$), o sea que un alto nivel de autoeficacia en la solución de problemas matemáticos no lleva directamente a obtener el resultado correcto en el problema. Lo mismo puede constatarse con la poca varianza explicada en los análisis de regresión.

Otro punto que llama la atención es que, si bien el instrumento se diseñó con cuatro dimensiones, los análisis factoriales tanto exploratorio como confirmatorio, arrojaron una organización unidimensional, con cargas factoriales altas (entre $.600$ y $.720$), índices de ajuste adecuados y un buen nivel de confiabilidad para toda la escala ($\alpha=.90$). Esto sugiere que la autoeficacia para la solución de problemas matemáticos no se divide en procesos distintos, sino que la comprensión, estrategia, ejecución y revisión, son parte de un todo que explica en conjunto qué tan eficaz se siente un estudiante para llevar a cabo todos los procedimientos requeridos para la solución de un problema matemático. Esto nos lleva a concluir que, si quisiera explicarse el rendimiento académico en matemáticas a través de la autoeficacia, tendrían que tomarse en cuenta diversos aspectos: 1) que el instrumento distinga entre expectativas de eficacia y expectativas de resultados, 2) que el instrumento esté dirigido a una actividad específica, y 3) que el rendimiento se mida en relación con esa actividad en particular. Así mismo, tendrían que considerarse otras variables que también explican el rendimiento académico en esa actividad concreta, para medirlas y poder proponer un modelo explicativo más completo y comprensivo.

El presente artículo, además de presentar un instrumento apropiado para evaluar expectativas de eficacia matemática (qué tan capaz me siento de ejecutar las acciones necesarias para llegar a un resultado correcto), hace diversos aportes a la literatura. Primero, es una muestra de que no es necesario tener un gran número de reactivos para evaluar correctamente una variable. Más aún, en el caso de la autoeficacia, aunque los reactivos sean pocos, si son suficientemente específicos, permitirán a la persona respondiente identificar claramente si en qué punto de la escala de respuesta se encuentra para cada reactivo.

Por otro lado, es recomendable que la aplicación del instrumento sea contingente con el dominio de autoeficacia que se pretende medir, para asegurar la validez y generalización de los resultados. Los datos presentados aquí, muestran que no es lo mismo favorecer las expectativas de eficacia que de resultados. Por ende, si quien tomarse decisiones para mejorar, por ejemplo, el rendimiento académico en matemáticas, primero, habría que explorar cuál de los dos tipos ejerce mayor influencia sobre los resultados académicos para priorizar el desarrollo de la que tenga más impacto.

Para finalizar, se aporta información sobre la red nomológica de la autoeficacia y sus fuentes, que puede ser complementada con investigaciones futuras. Si bien aquí se evaluaron las creencias sobre la propia capacidad de ejecutar acciones específicas para la correcta solución de problemas matemáticos, podrían evaluarse también otras fuentes de autoeficacia (Bandura, 1997) como las emociones, las actitudes o el apoyo de pares o docentes, para continuar robusteciendo el estudio y, por ende, el conocimiento de esta variable tan representativa en el aprendizaje.

REFERENCIAS

- Alanoglu, M. (2022). The role of instructional leadership in increasing teacher self-efficacy: a meta-analytic review. *Asia Pacific Education Review*, 23, 233–244. <https://doi.org/10.1007/s12564-021-09726-5>
- Albanese, A.M., Russo, G.R., & Geller, P.A. (2019). The role of parental self-efficacy in parent and child well-being: A systematic review of associated outcomes. *Child: Care, health and development*, 45(3), 333–363. <https://doi.org/10.1111/cch.12661>
- Andrade, E., & Narváez, L. (2017). Competencias de resolución de problemas matemáticos mediadas por estrategias de comprensión lectora en estudiantes de educación básica. *Assensus*, 2(3), 9-28.
- Aravena-Bauzá, A., & San Martín, C. (2020). ¿Para qué planificar y enseñar matemática?: una oportunidad para contribuir a la sustentabilidad, al desarrollo de la autonomía y avanzar en temas de inclusión. *Revista de Innovación e Investigación para la Docencia en Educación Inicial (RIIDEI)*, 3, 6-20. <http://repositorio.umayor.cl/xmlui/handle/sibum/8836>
- Arteaga-Martínez, B., Macías, J., & Pizarro, N. (2020). Representation in the solution of mathematical problems: an analysis of metacognitive strategies of secondary education students. *Uniciencia*, 34(1), 263-280. <https://doi.org/10.15359/ru.34-1.15>
- Ayllón, S., Alsina, Á., & Colomer, J. (2019) Teachers' involvement and students' self-efficacy: Keys to achievement in higher education. *PLOS ONE* 14(5). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0216865>
- Bernales-Turpo, D., Quispe-Velasquez, R., Flores-Ticona, D., Saintila, J., Ruiz Mamani, P. G., Huacahuaire-Vega, S., Morales-García, M., & Morales-García, W. C. (2022). Burnout, Professional Self-Efficacy, and Life Satisfaction as Predictors of Job Performance in Health Care Workers: The Mediating Role of Work Engagement. *Journal of primary care & community health*, 13. <https://doi.org/10.1177/21501319221101845>
- Betz, N. E., & Hackett, G. (1983). The relationship of mathematics self-efficacy expectations to the selection of science-based college majors. *Journal of Vocational Behavior*, 23(3), 329–345. [https://doi.org/10.1016/0001-8791\(83\)90046-5](https://doi.org/10.1016/0001-8791(83)90046-5)

- Carrillo, B., Sánchez, M. & Leenen, I. (2020). El concepto moderno de validez y su uso en educación médica. *Investigación en educación médica*, 9(33), 98-106.
<https://doi.org/10.22201/facmed.20075057e.2020.33.19216>
- Cuevas, M., & Berou, M. (2016). Students' Mathematics Self-Efficacy and Anxiety as Correlates to Academic Performance. *University of Bohol Multidisciplinary Research Journal*, 4, 1-18.
<https://www.semanticscholar.org/paper/Students%E2%80%99-Mathematics-Self-Efficacy-and-Anxiety-as-Cuevas-Berou/62bd5a602c2b1b8efbb15895c9a324177ddf970c>
- Grigg, S., Perera, H., McIlveen, P., & Svetleff, Z. (2018). Relations among math self efficacy, interest, intentions, and achievement: A social cognitive perspective. *Contemporary Educational Psychology*, 53, 73-86.
<https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2018.01.007>
- Handtke, K., & Bögeholz, S. (2020). Arguments for Construct Validity of the Self-Efficacy Beliefs of Interdisciplinary Science Teaching (SElf-ST) Instrument. *European Journal of Educational Research*, 9(4). 1435-1453. 10.12973/eu-jer.9.4.1435
- Klieme, K., & Schmidt-Borcherding, F. (2023). Lacking measurement invariance in research self-efficacy: Bug or feature? *Frontiers in Education*, 8, 1-14.
<https://doi.org/10.3389/educ.2023.1092714>
- Livinți, R., Gunnesch-Luca, G., & Iliescu, D. (2021) Research self-efficacy: A meta-analysis. *Educational Psychologist*, 56(3), 215-242. 10.1080/00461520.2021.1886103
- Llerena-Vivanco, O. (2021). Resolución de problemas matemáticos para desarrollar el pensamiento crítico en estudiantes de educación primaria. *Maestro y Sociedad*, 19(1), 458-468.
<https://maestrosociedad.uo.edu.cu/index.php/MyS/article/view/5513>
- May, D. (2009). Mathematics Self-Efficacy and Anxiety Questionnaire [Tesis de doctorado no publicada]. Universidad de Georgia.
https://getd.libs.uga.edu/pdfs/may_diana_k_200908_phd.pdf
- Medrano-Ureña, M.d.R.; Ortega-Ruiz, R.; Benítez-Sillero, J. (2020). Physical Fitness, Exercise Self-Efficacy, and Quality of Life in Adulthood: A Systematic Review. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 17(17), 1-19.
<https://doi.org/10.3390/ijerph17176343>
- Muñiz, J. (2005). La validez desde una óptica psicométrica. *Acta Comportamentalia: Revista Latina de Análisis de Comportamiento*, 13(1), 9-20.
<https://revistas.unam.mx/index.php/acom/article/view/14538>
- Muñiz, J. (2018). *Introducción a la Psicometría: Teoría Clásica y TRI*. Pirámide.

- Perales, F. (1993). La resolución de problemas: una revisión estructurada. *Enseñanza de las Ciencias*, 11(2). 170-178.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *PNA*, 1(2), 47-66.
<https://doi.org/10.30827/pna.v1i2.6215>
- Schwarzer, R., & Jerusalem, M. (1995). General self-efficacy scale. En J. Weinman, S. Wright, & M. Johnston (Eds.), *Measures in health psychology: A user's portfolio. Causal and control belief* (pp. 35-37). NFER-NELSON.
- Secretaría de Educación Pública (2011). *Bloque I. Secundaria, 3er grado, Orientaciones didácticas y Planes de clase*. Gobierno de México.
<https://www.gob.mx/sep/documentos/bloque-i-secundaria-3er-grado-orientaciones-didacticas-y-planes-de-clase>
- Secretaria de Educación Pública (2023). *Programas de Estudio para la educación preescolar, primaria y secundaria: Programas Sintéticos de las Fases 2 a 6*. Diario Oficial de la Federación DOF.
https://dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5698665&fecha=15/08/2023
- Shim, J. S., Heo, J. E., & Kim, H. C. (2020). Factors associated with dietary adherence to the guidelines for prevention and treatment of hypertension among Korean adults with and without hypertension. *Clinical Hypertension*, 26(5), 1-11.
<https://doi.org/10.1186/s40885-020-00138-y>
- Sun, T., Wang, C., Lambert, R., & Liu, L. (2021). Relationship between second language English writing self-efficacy and achievement: A meta-regression análisis. *Journal of Second Language Writing*, 53. <https://doi.org/10.1016/j.jslw.2021.100817>.
- Terroba, M., Ribera, J. M., & Lapresa, D. (2021). Cultivando el talento matemático en Educación Infantil mediante la resolución de problemas para favorecer el desarrollo del pensamiento computacional. *Contextos Educativos. Revista De Educación*, (28), 65-85 65–85. <https://doi.org/10.18172/con.5008>
- Valltiera, A., & Castillo, K. (2022). Plan para el fortalecimiento de la competencia matemática: una propuesta de intervención en el nivel medio superior. En Z. Valdespino y M. A. Miramontes (Eds.), *Una mirada reflexiva de los procesos educativos* (pp. 143-170). Universidad Autónoma de Baja California.
https://www.uabchumanidades.com/_files/ugd/d37dc4_6109efc32b4842f788bc5f863c70cff6.pdf#page=143

Gamificación, una estrategia de enseñanza de la contabilidad para ingenieros

Gamification, an accounting teaching strategy for engineers

Rocío de la Cruz Hernández¹, Adriana del Carmen Morales Cruz² y Claudia Patricia Gómez Bonfil³

¹Tecnológico Nacional de México/ ITS de Centla, México (rocio.admiel@gmail.com) y ²Tecnológico Nacional de México/ ITS de Centla, México (adrianadelcarmen.mc@gmail.com) y ³ Tecnológico Nacional de México/ ITS de Centla, México (claudita-72@hotmail.com).

Cómo citar este artículo:

de la Cruz Hernández, R., Morales Cruz, A.C y Gómez Bonfil C.P. (2024). Gamificación, una estrategia de enseñanza de la contabilidad para ingenieros. *Educación y ciencia*, 13(61), 189-201.

Recibido: 30 de enero de 2023 | Aceptado: 23 de mayo de 2024 | Publicado: 15 de julio de 2024

Resumo

Este informe presenta los resultados de la aplicación de una evaluación diagnóstica y sumativa en un curso que utiliza la Gamificación como estrategia pedagógica para la enseñanza de contabilidad. La plataforma educativa donde se alojó el curso fue Google Classroom, empleando para la gamificación la plataforma web EducaPlay. El estudio se centra en estudiantes de las carreras de Ingeniería Industrial e Ingeniería en Gestión Empresarial, desde un enfoque mixto, se presenta el impacto de la Gamificación en su aprendizaje y rendimiento académico durante el curso de formación, se obtuvo el 85.71% de la participación activa de los estudiantes en las actividades

Palabras clave: método de enseñanza; gamificación; aprendizaje en línea; plataforma digital; modelo educacional

Abstract

This report presents the results of the application of a diagnostic and summative evaluation in a course that uses Gamification as a pedagogical strategy for teaching accounting. The educational platform where the course was hosted was Google Classroom, using for gamification the web platform EducaPlay. The study focuses on students of Industrial Engineering and Business Management Engineering, from a mixed approach, the impact of Gamification on their learning and academic performance obtained during the training course is presented, 85.71% of active participation of students in the activities was obtained.

Keywords: teaching method; gamification; online learning; digital platform; educational model

INTRODUCCIÓN

En el ámbito educativo, resulta esencial la incorporación de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje como signo de innovación para el desarrollo de competencias duras y blandas de los

egresados de todos los niveles educativos (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura [UNESCO], 2019). Considerando lo anterior, durante la pandemia de Covid-19, los educadores emplearon activamente las TIC para el proceso de enseñanza, por lo que las innovaciones en este ámbito no solo han permitido la continuidad de la educación en tiempos de crisis, sino que también han contribuido a mejorar y elevar la calidad del proceso educativo, según lo destacado por Orellana et al. (2022).

La sociedad actual demanda una mejora en la enseñanza, reflejada en la búsqueda de la excelencia académica, para abordar esta necesidad, es fundamental adoptar estrategias didácticas efectivas, como la integración de enfoques lúdicos en el ámbito educativo, tal como proponen Maila-Álvarez et al. (2020). Esta práctica no solo revitaliza el proceso de enseñanza-aprendizaje, sino que también facilita la comprensión de temas que, por su naturaleza, resultan complejos (Toledo-Rodríguez et al, 2023). Villarroel et al. (2021) coinciden en señalar que la situación educativa generada por la pandemia de la COVID-19 llevó a los docentes a explorar nuevas estrategias, dejando atrás la enseñanza tradicional para adoptar la modalidad virtual. Aunque con poca experiencia en el uso de herramientas virtuales, su compromiso con la enseñanza les permitió iniciar con el empleo de herramientas digitales y aprovechar las TIC.

Así también, la utilización de juegos en las aulas con el propósito de fortalecer el proceso de aprendizaje y fomentar la motivación de los estudiantes está siendo cada vez más común en todos los niveles educativos; este enfoque se conoce como Gamificación, que se define como la aplicación de elementos, estética y dinámicas propias de los juegos en entornos tradicionalmente no vinculados al juego (Deterding et al., 2011; Torres-Toukoumidis y Romero-Rodríguez, 2018).

En el ámbito educativo, la gamificación no implica la creación de juegos infantiles, sino más bien la adaptación de recursos lúdicos de manera agradable, con el objetivo que los estudiantes refuercen de manera efectiva la adquisición de conocimientos, habilidades y competencias (Caravaca y Sáez, 2021). Proporcionar una educación de calidad en el entorno universitario implica transformar el proceso de enseñanza y aprendizaje en un valor social y de excelencia, por lo que resulta fundamental que los docentes prioricen actividades que permitan la construcción de conocimientos y el desarrollo de competencias, asegurando al mismo tiempo la eficacia y eficiencia de las metodologías centradas en el sujeto que aprende. Ante esta necesidad, han surgido nuevas tendencias educativas que resulta imperativo incorporar en el ámbito universitario. Específicamente, se destacan las metodologías activas, entre las cuales la gamificación ha emergido como un enfoque revolucionario en el ámbito de la educación virtual (Jaramillo, 2022).

García-Casaus et al. (2021) sitúan la primera aparición teórica del término "gamificación" en una publicación científica en el año 2008. Pertegal y Lorenzo (2019) explican que la gamificación, una modalidad educativa en desarrollo, proporciona un enfoque para incrementar la motivación y lograr la atención sostenida de los estudiantes. Así también, Oliva (2017) en Rodríguez-Martínez (2021) propone la gamificación como una estrategia metodológica eficaz para mejorar la enseñanza y tener un impacto positivo en los estudiantes, contribuyendo así a alcanzar los objetivos de aprendizaje de manera más efectiva.

Enseñanza de la contabilidad en Ingeniería

La formación académica en los programas de ingeniería, orientado hacia cuestiones prácticas, resulta altamente beneficiosa que el estudiante identifique y aprecie las conexiones entre ciencia, tecnología, sociedad, ambiente y economía (Molina et al., 2017). En este enfoque, además de los aspectos matemáticos, durante su trayectoria escolar universitaria se deben tener en cuenta consideraciones como costos, tiempo de ejecución, calidad, aplicaciones y análisis de mercado cuando se plantea un proyecto, competencias propias de un ingeniero en ejercicio.

En el ámbito educativo de nivel superior, se impulsa una formación transversal, esto implica que los egresados, además de especializarse en su campo, adquieran conocimientos y apliquen métodos y técnicas de otras áreas o disciplinas que les proporcionen un respaldo para su desarrollo tanto laboral como profesional (Damián, 2018), reconociéndose la necesidad de redirigir la formación del ingeniero para convertirse en un ingeniero socio-técnico (Sáez, 2004),

La contabilidad tiene un impacto directo en la totalidad del entorno empresarial, desempeñando un papel esencial al proporcionar información crucial a quienes toman decisiones dentro de la empresa (Oliveira et al., 2020), incluso al emitir juicios relacionados con las prácticas contables.

Alcance del estudio

- Evaluar la efectividad de la gamificación en la enseñanza de la contabilidad en estudiantes universitarios de dos programas de ingeniería pertenecientes a un campus del TecNM.
- Analizar la aceptación y participación de los estudiantes en actividades de gamificación.
- Comparar el rendimiento en las evaluaciones diagnóstica y sumativas entre grupos del curso de Contabilidad apoyado en la gamificación.

MÉTODO

Esta investigación se aborda desde un enfoque mixto, caracterizada por la recopilación de datos cuantitativos y cualitativos por parte del investigador, su integración y la posterior realización de interpretaciones basadas en la combinación de las fortalezas de ambos enfoques, su diseño es explicativo secuencial (Creswell, 2015), con una primera fase de recolección y análisis cuantitativo derivado de la aplicación de una evaluación diagnóstica y cinco sumativas en dos grupos de estudio, seguida de una fase de recolección de datos cualitativos obtenidos en la aplicación de una encuesta con respecto a la opinión de los estudiantes reflejan con respecto a la utilidad del curso, su contenido, duración y de las mejoras emitidas por el sujeto que aprende, con el propósito de explicar los resultados cuantitativos iniciales.

Metodología del curso

Los temas se definieron a partir de la experiencia como docente, considerando el orden de importancia para su desarrollo en la obtención del conocimiento y comprensión del proceso contable; en primer término, se aborda el marco teórico de la contabilidad, tipos de contabilidad, objetivo, usuario de la contabilidad y el proceso contable. En el segundo tema, se trabajan los elementos de la cuenta, teoría de la partida doble, reglas del cargo y el abono, registro contable. En el tercer tema los estados financieros abordan la definición, objetivo, propósito y elementos; en el tema cuatro el balance general; definición, cuentas de activo, cuentas de pasivo y capital, elementos y forma de presentación, caso práctico para su elaboración y; finalmente, en el tema cinco el estado de resultado; definición, cuentas del estado de resultado, elementos, forma de presentación y un caso práctico para su elaboración.

Paso 1. Puntuación de los temas

Al emplear la gamificación, buscamos no solo impartir conocimientos, sino también cultivar el interés, la participación activa y el rendimiento excepcional en el curso de contabilidad, por lo cual se asignó una puntuación para cada uno de los temas.

Tema 1. Contabilidad (10 puntos): El tema central de la contabilidad es esencial para comprender los fundamentos contables, al asignarle una puntuación significativa, se destaca la importancia de adquirir conocimientos básicos para la comprensión y aplicación de temas de mayor complejidad en las ingenierías.

Tema 2. La cuenta (20 puntos): Son elementos fundamentales en contabilidad. Al asignarle una puntuación más alta, se reconoce la necesidad de comprender con profundidad la técnica contable para la correcta aplicación de las transacciones financieras, estableciendo una base sólida para la aplicación de los registros y operaciones contables futuros.

Tema 3: Estados financieros (20 puntos): Son herramientas clave para evaluar la salud financiera de una entidad, asignarle una puntuación considerable enfatiza la importancia de interpretar y analizar estos informes para la planeación, control y toma de decisiones empresariales.

Tema 4. Balance general (25 puntos): Es un componente vital de los estados financieros y proporciona una visión integral de la situación financiera de una empresa, al asignarle una puntuación más alta, se destaca su relevancia por la información que proporciona en relación con los activos, pasivos y el capital importante para la planeación y toma de decisiones y la necesidad de comprender su estructura.

Tema 5. Estado de resultado (25 puntos): Ofrece información sobre el rendimiento financiero de una entidad en un período específico. Al asignarle una puntuación significativa, se subraya la importancia de entender cómo se determinan los ingresos, los gastos y la utilidad, aspectos cruciales para en la gestión financiera y elemento fundamental para la planeación y la toma de decisiones.

A continuación, se explica las razones que tuvimos para la asignación de puntajes:

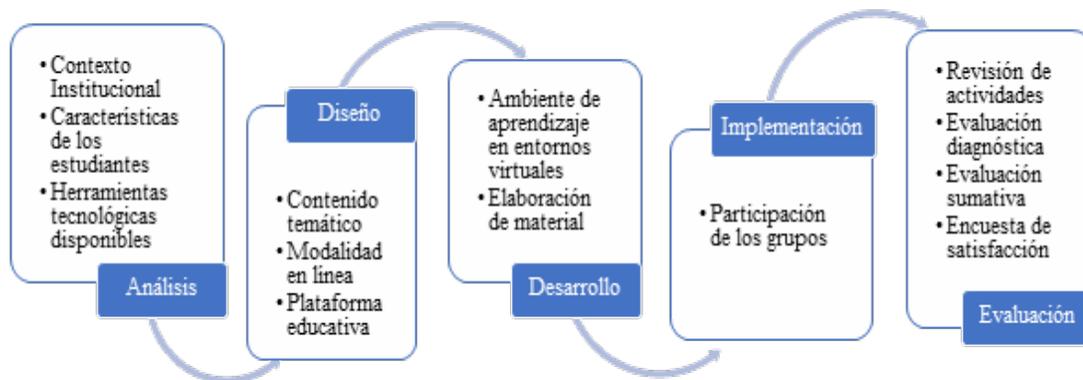
- Progresión de la complejidad: Los temas se organizan de manera que refleje una progresión lógica desde los conceptos más básicos hasta los más avanzados. Asignar puntuaciones mayores a temas más avanzados incentiva a los estudiantes a profundizar en el contenido a medida que avanzan en el curso.
- Relevancia en el mundo empresarial: La distribución de puntajes refleja la importancia relativa de cada tema en el entorno empresarial. Temas como el Balance General y el Estado de Resultado, que son fundamentales para la correcta administración de los recursos, la planeación, control y la toma de decisiones, reciben puntuaciones más altas.
- Motivación y desafío: Asignar puntuaciones variadas crea un ambiente de aprendizaje gamificado, donde los estudiantes se sienten motivados a superar desafíos y avanzar hacia conceptos más complejos.

Paso 2. Diseño del ambiente con gamificación

El diseño de este curso lo realizamos aplicando el modelo Análisis, Diseño, Desarrollo, Implementación y Evaluación (ADDIE) y principios de diseño instruccional. En la metodología ADDIE, como se describe en Gagné et al. (2005) ha probado ser efectivo en el aprendizaje autodirigido, ya que estimula la motivación y define de manera clara la forma en que se presentarán los contenidos para alcanzar los objetivos de aprendizaje (Tenorio-Sepúlveda et al., 2023). En la figura 1 se aprecian las fases del modelo y las acciones realizadas en cada una de estas para el curso en línea:

Figura 1

Esquema del Modelo ADDIE para el diseño del curso



Nota. Elaboración propia basada en el Modelo ADDIE.

Para la fase de Análisis consideramos el contexto institucional, la Institución de estudio emplea desde el 2020, la plataforma Classroom para la gestión de los cursos de las asignaturas de sus programas educativos, mismos que cuentan con asignaturas donde los conocimientos básicos de contabilidad resultan relevantes para semestres avanzados en

asignaturas como Formulación y Evaluación de proyectos, por mencionar algunas. Las características de los estudiantes (los estudiantes manipulan fácilmente el uso de plataformas educativas como classroom, cuentan con competencias digitales, la población de estudio proviene de áreas rurales, son jóvenes entre 19 y 21 años); y, las herramientas tecnológicas disponibles (la plataforma de mayor disponibilidad en el instituto es classroom, la plataforma web educaplay contiene actividades educativas multimedias con variedad de juegos, disponibilidad para agregar estudiantes de forma ilimitada, se vincula fácilmente con classroom, su Inteligencia Artificial permite la creación de juegos de forma rápida y el pago de licencia es de costo accesible y solo la cubre el profesor, los estudiantes cuentan con las herramientas tecnológicas para cursos en línea).

Para el diseño del curso consideramos: establecer el contenido temático mediante una planeación de temas y actividades de gamificación para el curso; el diseño del curso se adecuó para que la modalidad sea en línea, y se realizó el bosquejo del curso en la plataforma educativa classroom.

En la fase de desarrollo recreamos el Ambiente de aprendizaje en entornos virtuales en la plataforma, dividiendo los temas y organizándolos de menor a mayor complejidad; cada tema comenzaba con información (el material didáctico utilizado fue diverso, se consideraron infografías, cómics y videos), continuaba con la actividad de gamificación (se crearon actividades de completar texto, crucigrama, falso y verdadero, orden de letras, quiz, memorama y relacionar columnas) y terminaba con la evaluación del tema usando el formulario de Google.

La siguiente fase de implementación la llevamos a cabo haciendo la invitación a los grupos seleccionados dándoles a conocer el objetivo y una explicación breve del desarrollo del curso y las actividades a realizar; los participantes ingresaron a la plataforma a través de la clave del curso en classroom, revisaron el material propuesto, realizaron las actividades de gamificación y la evaluación de cada tema.

La evaluación es la última fase del modelo ADDIE, donde revisamos las puntuaciones obtenidas de las actividades y evaluaciones entregadas, informando de las puntuaciones a los estudiantes mediante la misma plataforma. Las evaluaciones consideradas en esta fase fueron de tipo diagnóstica y sumativa; así mismo, se agregó al final del curso una encuesta de satisfacción del curso que permitió valorar desde la percepción de los estudiantes el contenido del curso, el material didáctico, la plataforma empleada y las actividades de gamificación.

Grupos de estudio

Con respecto a la selección de los grupos de estudio, tomamos como referencia, un estudio de Alarcón et al. (2020) quienes encuentran diferencias estadísticamente significativas en la implementación de la gamificación como estrategia didáctica en estudiantes de educación superior mediante un enfoque cuantitativo aplicados a dos grupos; para este caso, las actividades las aplicamos a los estudiantes de dos programas educativos: (a) ingeniería en gestión empresarial y (b) ingeniería Industrial.

Aplicamos evaluación diagnóstica y sumativa, utilizando EducaPlay y Google Classroom en el transcurso del semestre académico. De igual forma, recopilamos datos sobre la participación en actividades de gamificación, el rendimiento en las actividades y la retroalimentación cualitativa de los estudiantes.

RESULTADOS

Participación y aceptación

De los estudiantes estimados en el estudio del programa de Ingeniería en gestión empresarial consideramos 23 estudiantes, sin embargo, solo 21 estudiantes realizaron su registro (9 hombres y 12 mujeres); mientras que en Ingeniería industrial se invitó a 26 estudiantes, de este grupo, 22 se integraron al grupo oficial (11 hombres y 11 mujeres). El 85.71% de los estudiantes aceptaron participar activamente en las actividades de gamificación.

Según Flores-Guerrero et al. (2016), el estudiante posee la idoneidad para contribuir con su percepción sobre el diseño del curso y los procesos que tienen lugar durante su implementación, es decir, durante la enseñanza (p. 23). Varias investigaciones también han explorado la perspectiva del estudiante con el objetivo de evaluar el diseño de un curso, basándonos en las contribuciones de estudios anteriores realizado por Marín y Librado (2021) en relación con la evaluación de un curso dirigido para ingenieros, consideramos ofrecer a los estudiantes un espacio para expresar sus opiniones a través de una encuesta de satisfacción. El 71.42% expresó satisfacción total con la inclusión de elementos de gamificación en el curso y sus expectativas; de la población estudio, el 26.19 manifestó estar parcialmente de acuerdo en estos criterios; únicamente el 2.38 indicó estar en desacuerdo.

Rendimiento académico

El concepto de rendimiento académico para las instituciones de educación superior, constituye un indicador de calidad que relaciona la educación y la formación proporcionada a la comunidad estudiantil, especialmente en lo que respecta a los procesos de enseñanza-aprendizaje. Adaptándose a la sociedad actual y al constante cambio tecnológico y actualización de conocimientos, es necesario considerar factores personales, sociales, tecnológicos e institucionales vinculados al rendimiento académico como resultados del proceso de enseñanza-aprendizaje (Navarro Hudiel y Blandón Navarro, 2018).

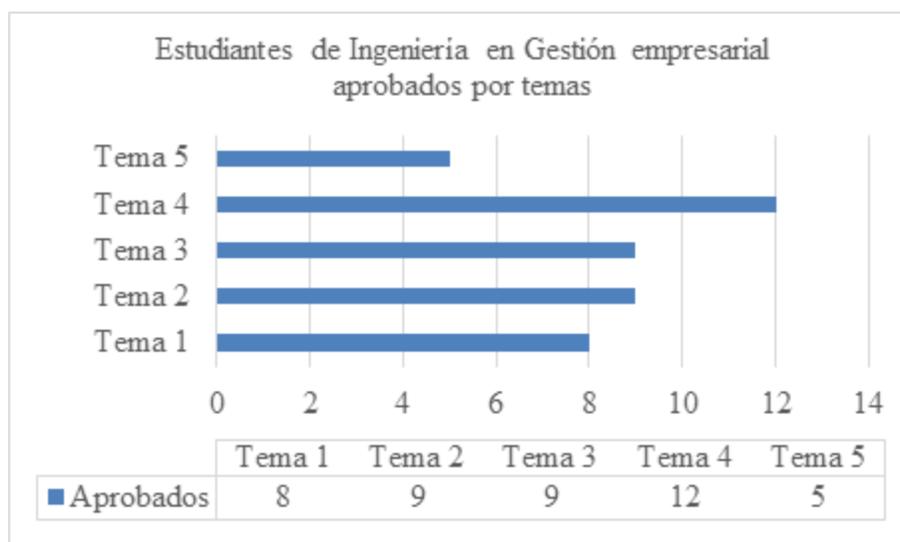
De igual manera, la evaluación diagnóstica como estrategia de autorregulación cognitiva permite que el estudiante supervise la calidad de su proceso de aprendizaje al cuestionarse acerca de sus conocimientos previos y su rendimiento actual, en este punto, el estudiante enfoca su atención en los contenidos del curso que está por iniciar. Este proceso, que implica el autocuestionamiento o la formulación de preguntas sobre el propio desempeño, aporta un valor adicional al fomentar la metacognición o autorregulación del aprendizaje (Restrepo, 2011). En la aplicación de la evaluación diagnóstica, en el programa de ingeniería en gestión empresarial, el 47.61% obtuvo una calificación aprobatoria, es decir, mayor a 70 puntos, considerando que los estudiantes han cursado asignaturas previas al tema;

en tanto que, en ingeniería industrial, solo el 23.80% aprobó, siendo esta su primera asignatura con este tema. Es importante referir que el perfil profesional del Ingeniero en Gestión Empresarial declara en sus objetivos educacionales, un alto dominio de conocimientos en temas contables, el enfoque gerencial de su programa de estudio, las aplicaciones prácticas y roles que requieren de estos conocimientos; mientras que en ingeniería industrial solo se abordan en dos asignaturas que componen su malla curricular, de tal manera que sus contenidos aterrizan el uso de herramientas y técnicas contables para el diseño de sistemas productivos: análisis de costos y mejora.

Se ha concebido el rendimiento académico como una medida numérica de las habilidades potenciales del estudiante, la realidad indica que no se limita únicamente a una calificación cuantitativa en el contexto de la formación en ingeniería. En los resultados de la evaluación sumativa encontramos que los estudiantes del programa de gestión empresarial logran mejores resultados que los estudiantes de industrial, tal como se explica en los siguientes gráficos.

Figura 2

Resultados de la evaluación sumativa en estudiantes de ingeniería en gestión empresarial

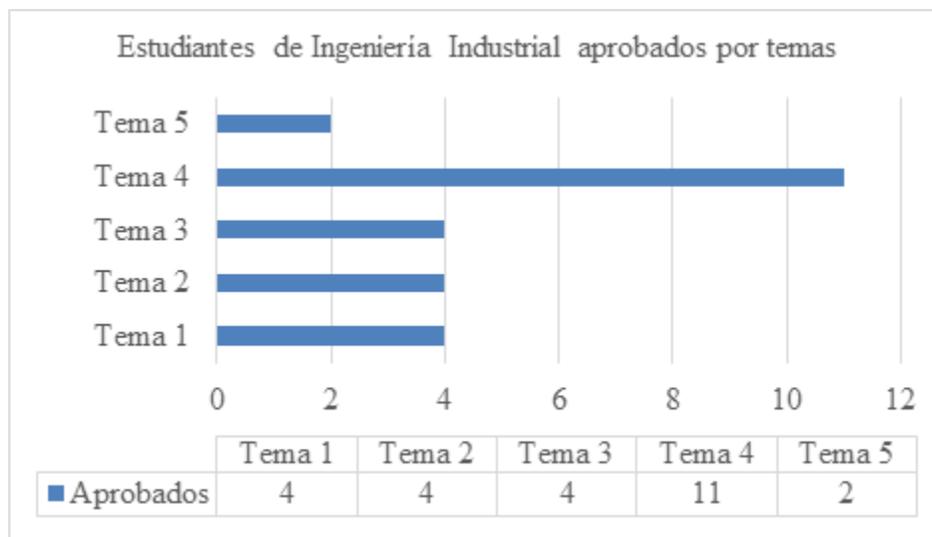


Nota. Elaboración propia.

Podemos observar que los estudiantes de este programa alcanzaron mayor dominio en el contenido 4. Balance general, destacan igual valor en los contenidos 2 La cuenta y el contenido 3 Estados Financieros. Con lo que evidenciamos que los estudiantes deben reforzar el contenido 5 Estado de resultados.

Figura 3

Resultados de la evaluación sumativa en estudiantes de ingeniería industrial



Nota. Elaboración propia

Con respecto a los estudiantes de Ingeniería Industrial, alcanzaron mayor dominio en el contenido 4. Balance general, destacan igual valor en los contenidos 1 Contabilidad, 2 La cuenta y el contenido 3 Estados Financieros. Solo dos estudiantes obtuvieron conocimientos aprobatorios en el contenido 5 Estado de resultados; por lo que recomendamos reforzar las actividades lúdicas de este último contenido.

La evaluación que realizamos, entre la diagnóstica y la calificación final, evidenció que en ingeniería en gestión empresarial el 12% de los estudiantes obtuvo calificaciones superiores al promedio en los exámenes sumativos.

Los estudiantes que participaron en actividades de gamificación, para el caso de ingeniería en gestión empresarial mostraron un aumento del 11.5% sobre la puntuación obtenida en la evaluación diagnóstica. En tanto, los participantes de ingeniería industrial sobresalen con 17.44% de la calificación sumativa sobre la diagnóstica.

Considerando los resultados de las evaluaciones sumativas (figuras 2 y 3) y la evaluación diagnóstica se tuvo un impacto positivo ya que las puntuaciones de los grupos participantes en la evaluación sumativa fueron mayores a las de diagnóstico. Además, en la encuesta de satisfacción los estudiantes mencionaron estar de acuerdo que el material didáctico fue útil, cumpliendo con el propósito educativo del curso; valoraron las actividades de gamificación como suficientes, variadas y de refuerzo; les resultaron útiles y dinámicas desde el planteamiento de un enfoque en retos fue aceptable para apoyar su aprendizaje y alcanzar el objetivo del curso.

Dentro de las oportunidades de mejora, específicamente relacionada con el diseño de la estrategia de gamificación, los participantes refirieron reconsiderar los tiempos asignados a las actividades; así como la visibilidad de un cronometro que distrae su atención.

Retroalimentación cualitativa

Los estudiantes destacaron la motivación adicional proporcionada por la gamificación, al considerarse que el material utilizado fue de gran utilidad durante el curso, así como su variedad para apoyar el aprendizaje. Los participantes señalaron que el material les fue de utilidad y cumplió con sus expectativas.

Se señaló que los elementos lúdicos facilitaron la comprensión de conceptos contables complejos de forma dinámica y divertida, les permitió reforzar los conocimientos previos. Dentro de las oportunidades, consideramos reorganizar la estructura del curso para favorecer mayor tiempo a los contenidos que resultaron complejos, así también, evaluar la asignación de los tiempos para la presentación de los temas y la solución de los ejercicios en la plataforma Educaplay. Además, de considerar la entrega de una retroalimentación inmediata del desempeño por tema desarrollado por el estudiante.

CONCLUSIONES

La implementación de estrategias de gamificación en la enseñanza de contabilidad para estudiantes de Ingeniería Industrial e Ingeniería en Gestión Empresarial nos demuestra ser efectiva. Los resultados indican una mayor participación, satisfacción y rendimiento académico entre los estudiantes. Los hallazgos de esta investigación develan que la gamificación se presenta como un enfoque novedoso y beneficioso en el proceso de enseñanza-aprendizaje, respaldado científicamente según Landers et al. (2017). De acuerdo con lo expresado por los estudiantes en la evaluación de satisfacción se afirma que el empleo de la gamificación en la enseñanza de la contabilidad ha sido novedoso y de gran apoyo en la formación académica.

La metodología es considerada innovadora y recomendamos su aplicación; coincidente con Pisabarro-Marrón y Vivaracho (2018) quienes sostienen que la gamificación no solo facilita el proceso de aprendizaje, sino que también contribuye a generar una predisposición positiva en los estudiantes (p. 92). En el desarrollo del proyecto hemos adquirido una fundamentación didáctica que respalda la implementación del aprendizaje basado en juegos, nuestra prioridad inmediata es robustecer el desarrollo de cada etapa del modelo ADDIE elaborando material externo e interno, organizando el contenido en niveles apropiados, con opciones a repetir las actividades con la finalidad que el estudiante apruebe, de ser su interés, cada uno de los temas. Para garantizar la efectividad del curso, hemos considerado un proceso riguroso, sometiendo el juego a pruebas para llevar a cabo el piloteo.

Estos hallazgos respaldan la continuidad y expansión de enfoques gamificados en la educación de contabilidad y disciplinas afines. Es por lo anterior, que sugerimos desarrollar trabajos de investigación para comprender mejor los aspectos específicos de la gamificación que contribuyen al éxito académico.

REFERENCIAS

- Caravaca Llamas, C., y Sáez Olmos, J. (2021). Gamificación en la enseñanza superior. Descripción de los principales recursos para su utilización. *Revista Internacional de Tecnologías Educativas*, 8(2), 165–177.
<https://doi.org/10.37467/gkarevedutech.v8.3039>
- Cresswell, John (2015). *A Concise Introduction to Mixed Methods Research*. Thousand Oaks: Sage.
- Damián S., J. (2018). Yo estudio para ser ingeniero: ¿para qué cursar administración y contabilidad? *Propósitos y Representaciones*, 6(2), 453–540.
<https://doi.org/10.20511/pyr2018.v6n2.227>
- Deterding, S., Dixon, D., Khaled, R., & Nacke, L. (2011). From Game Design Elements to Gamefulness: Defining Gamification. En *15th International Academic MindTrek Conference: Envisioning Future Media Environments* (pp. 9-15). ACM.
<https://doi.org/10.1145/2181037.2181040>
- Flores-Guerrero, K., López de la Madrid, M. C.; y Rodríguez Hernández, M. A. (2016). Evaluación de componentes de los cursos en línea desde la perspectiva del estudiante. *Revista electrónica de investigación educativa*, 18(1), 23-38.
http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1607-40412016000100002&lng=es&tlng=es
- Gagné, R.; Wager, W.; Golas, K. y Keller, J. (2005). *Principles of Instructional Design*. Thomson Wadsworth Learning. <https://doi.org/10.1002/pfi.4140440211>
- Jaramillo, M, L. (2022). gamificación como metodología activa en el proceso de enseñanza-aprendizaje. *Ecos de la Academia*, 8(15), 21-33.
<https://doi.org/10.53358/ecosacademia.v8i15.729>
- Landers, R. N., Bauer, K. N., & Callan, R. C. (2017). Gamification of task performance with leaderboards: A goal setting experiment. *Computers in Human Behavior*, 71, 508–515. doi:10.1016/j.chb.2015.08.008
- Maila-Álvarez, V., Figueroa-Cepeda, H., Pérez-Alarcón, E., & Cedeño-López, J. (2020). Estrategias lúdicas en el aprendizaje de la nomenclatura química inorgánica. *Cátedra*, 3(1), 59–74. <https://doi.org/10.29166/10.29166/catedra.v3i1.1966>
- Marín Sánchez, C. I., y Librado Torres, E. (2021). Evaluación del curso inglés para ingenieros a través de una encuesta de satisfacción. *Revista Lengua y Cultura*, 2(4), 14-21. <https://doi.org/10.29057/lc.v2i4.7002>
- Molina, F., Carriazo, J., y Jiménez, O. (2017). ¿Por qué los estudiantes de las carreras de ingeniería deberían tomar un curso de química general? *Revista Educación en Ingeniería*, 12(24), 4. <https://doi.org/10.26507/rei.v12n24.725>

- Navarro Hudiel, S. J., y Blandón Navarro, S. L. (2018). Determinantes que inciden en la calidad de rendimiento académico de los estudiantes de ingeniería. *Revista Científica De FAREM-Estelí*, (24), 126–142.
<https://doi.org/10.5377/farem.v0i24.5556>
- Oliveira, T. C. de, Galiza, R. P., Lamoglia, F. R., & Carvalho, M. da S. (2020). A Percepção dos Docentes de Disciplinas Contábeis Acerca do Ensino de Contabilidade para Discentes do Curso de Engenharia de Produção. *Revista Evidenciação Contábil & Amp; Finanças*, 8(1), 62–76.
<https://doi.org/10.22478/ufpb.2318-1001.2020v8n1.45611>
- Orellana, P. S. V., Farfan, L. K. F., y Benavides, A., M. J. (2022). Tecnologías de la información geográfica y su aplicabilidad en la enseñanza-aprendizaje de la geografía. *Portal de la ciencia*, 2(1), 41-54.
<https://doi.org/10.51247/pdlc.v2i1.298>
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura [UNESCO]. (2019). Educación y TIC Documento Eje.
https://siteal.iiep.unesco.org/sites/default/files/sit_informe_pdfs/siteal_educacion_y_tic_20190607.pdf
- Pertegal, M., y Lorenzo, G. (2019). Gamificación en el Aula a través de las TIC. *International Journal of Developmental and Educational Psychology INFAD*, 1(2), 553–562. <https://core.ac.uk/download/pdf/236960972.pdf>
- Pisabarro-Marrón y A. M. y Vivaracho, C. E. (2018). Gamificación en el aula: gincana de programación. *ReVisión*, 11(1), 85-93.
https://aenui.org/revision/pdf.php?f=2018_11_1_234.pdf
- Restrepo Gómez, B., Román Maldonado, C., Londoño Giraldo, E., Ramírez González, D., y Ospina Ospina, A. (2011). Evaluación diagnóstica inicial en programas de educación superior virtual de la Católica del Norte Fundación Universitaria. Estudio cuasiexperimental. *Revista Virtual Universidad Católica Del Norte*, 1(34), 60–77.
<https://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/330/631>
- Rodríguez-Martínez, B. A. (2021). La Gamificación como Predictores de la Integración en la Enseñanza. *Revista Docentes 2.0*, 11(2), 57–65.
<https://doi.org/10.37843/rtd.v11i2.253>
- Sáez, F. (2004). Futuros ingenieros híbridos. *Revista BIT*, 144, 7-9.
https://oa.upm.es/3309/2/VACAS_ART_2004_02.pdf
- Tenorio-Sepúlveda, G. C., Muñoz-Ortiz, K. del P., y Nova-Nova, C. A. (2023). Inclusive Open Education: Instructional Design of an E-book. *Human Review. International Humanities Review / Revista Internacional de Humanidades*, 17(5), 1–10.
<https://doi.org/10.37467/revhuman.v12.4770>

- Torres-Toukoumidis, A., y Romero-Rodríguez, L. M. (2018). Aprender jugando. La gamificación en el aula. En R. García Ruiz, A. Pérez Rodríguez y A. Torres (Eds.), *Educación para los nuevos medios* (pp. 61-72). Editorial Universitaria Abya-Yala. https://www.researchgate.net/publication/324950179_Aprender_jugando_La_gamificacion_en_el_aula
- Toledo-Rodríguez, O., Machado, O., y Vitulloch-Fernández, S. (2023). La gamificación como estrategia didáctica en la educación del tecnólogo de contabilidad. *Portal de la Ciencia*, 4(1), 38-50. <https://doi.org/10.51247/pdlc.v4i1.336>
- Villarroel, R., Santa María, H., Quispe, V. y Ventosilla, D. (2021). La gamificación como respuesta desafiante para motivar las clases en Educación Secundaria en el contexto de COVID-19. *Revista Innova Educación*, 3(1), 6-19. <https://doi.org/10.35622/j.rie.2021.01.001>

Plan de estudios 2022 de educación básica: una mirada a la enseñanza de las matemáticas

Curriculum 2022 for basic education: a look at mathematics teaching

Ricardo Israel Ortiz May¹ y José Israel Méndez Ojeda²

¹Universidad Autónoma de Yucatán, México (ricortiz098@gmail.com) y ²Universidad Autónoma de Yucatán (isra6996@gmail.com)

Cómo citar este artículo:

Ortiz May, R.I. y Méndez Ojeda, J.I. (2024). Plan de estudios 2022 de educación básica: una mirada a la enseñanza de las matemáticas. *Educación y ciencia*, 13(61), 202-214.

Recibido: 9 de enero de 2024 | Aceptado: 14 de junio de 2023 | Publicado: 15 de julio de 2024

Resumo

Este ensayo argumentativo aborda los recientes cambios en el currículo educativo en México, centrándose en la controversia generada por las modificaciones en la asignatura de matemáticas. Se destacan las críticas que ponen el foco de atención hacia la propuesta de la Nueva Escuela Mexicana (NEM). Se analiza la disolución de las matemáticas como asignatura independiente, ahora integrada en el campo de saberes y pensamiento científico. Se exploran los enfoques y la metodología de Aprendizaje Basado en la Indagación (ABI), así como los desafíos y limitaciones que plantea. Además, se examinan los contenidos y los libros de texto, al evidenciar los cambios significativos en la forma de enseñar y aprender matemáticas en primaria.

Palabras clave: enseñanza de las matemáticas; plan de estudios; educación básica

Abstract

This argumentative essay addresses recent changes in the educational curriculum in Mexico, focusing on the controversy generated by modifications to the mathematics subject. It highlights criticisms that draw attention to the proposal of the New Mexican School (NEM). The dissolution of mathematics as an independent subject, now integrated into the field of knowledge and scientific thinking, is analyzed. The approaches and methodology of Inquiry-Based Learning (IBL) are explored, along with the challenges and limitations it presents. Additionally, the contents and textbooks are examined, showcasing significant changes in the way mathematics is taught and learned in primary education.

Keywords: mathematics education; curriculum; basic education

INTRODUCCIÓN

El currículo de educación básica en México ha sido modificado en tres ocasiones durante los últimos diez años. Situación que obedece a tiempos de carácter político y no precisamente a problemáticas educativas. Es en este escenario que durante la segunda mitad del año 2022 a través de las sesiones intensivas y ordinarias del Consejo Técnico Escolar (CTE) comenzaron los talleres de formación continua para docentes de educación básica en todo el país. En estos se plantearon el análisis y reflexión del currículo de la denominada

Nueva Escuela Mexicana (NEM). En dicho documento se modifican las asignaturas, enfoques, contenidos y libros de texto con respecto al plan de estudios de educación básica 2017.

Los cambios mencionados en la propuesta curricular han generado polémica, en especial las modificaciones en la asignatura de matemáticas. Situación a la que los medios de comunicación han contribuido, por ejemplo: el periodista Carlos Loret de Mola menciona que el gobierno actual quiere menos matemáticas, debido a que solo encuentra veinte páginas dentro del libro de texto de sexto grado dedicadas a esta asignatura (Latinus_us, 2023, 0m2s.). Coincide con el periodista Alejandro Villalvazo para quien el contenido de matemáticas fue borrado, ya que, de doscientas cincuenta páginas del libro de primer grado de primaria, solo veinte se dedican a esta área específica (Azteca Noticias, 2023, 0m20s).

Si bien los periodistas mencionados no son especialistas en el tema, si cuentan con un alcance notable en la sociedad mexicana. Debido a la plataforma en la que divulgan sus opiniones y la cantidad de seguidores y televidentes con los que cuentan. Para Orozco (2023) la propuesta de la Secretaría de Educación Pública (SEP) ha generado un notable interés por parte de los diversos sectores de la sociedad debido a las sustanciales alteraciones realizadas en comparación con los proyectos educativos previos. Se evidencia la trascendencia de las modificaciones curriculares al posicionar la enseñanza de las matemáticas en el foco de la atención y controversia de distintos segmentos sociales.

Las principales discusiones giran en torno a la transformación de la asignatura en un campo formativo, dando mayor protagonismo a las ciencias naturales. (Valenzuela y García, 2022). Otra diferencia, es la cantidad de páginas dedicadas a las matemáticas en el libro de texto. También, para la Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática (SOMIDEM, año 2022) un eje central en la discusión de la enseñanza de las matemáticas en el nuevo currículo es la cantidad de contenidos y la manera en la que estos deberían de ser abordados. Es decir, es clave el qué se va a enseñar y el cómo, debido a las importantes modificaciones hechas a los contenidos y libros de texto.

La enseñanza de las matemáticas ha sido ampliamente abordada en la investigación educativa (Kilpatrick, 1994). Entre otras razones como menciona Mora (2003) la matemática que se imparte en las instituciones educativas se ha convertido en parte esencial de la formación integral del alumnado ya que su estudio comienza a temprana edad. En el panorama actual los resultados que se obtienen en pruebas estandarizadas a nivel nacional suelen estar por debajo de lo esperado, por ejemplo, según el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE) en el 2018 el 59% de los estudiantes de sexto grado de primaria se colocaron en el nivel insuficiente de la prueba PLANEA -ELSEN. En el ámbito internacional según la OCDE (2022) los resultados en la prueba Pisa tampoco son alentadores, se reporta que en el área de matemáticas existe un retroceso con relación con los obtenidos en 2018 y un aumento en los escolares con puntuaciones menores. Razones por las cuales los cambios sucedidos en esta disciplina plantean la polémica y discusión, tanto de la sociedad en general como de los especialistas en la enseñanza de las matemáticas.

Como antecedentes de los cambios surgidos en la asignatura de matemáticas en la reforma curricular del año 93, se puede mencionar el estudio de Block et al. (2007). En el

cual menciona que la adquisición de conocimientos matemáticos emanaba de la resolución de problemas, y que entre las innovaciones encontradas estaba la de no plantear un algoritmo fijo para su solución. La cuestión estaba en la diversidad de formas de resolver un mismo problema. En un estudio basado en la reforma curricular del 2017, el método Singapur permitió a los niños y niñas resolver problemas de esta índole al secuenciar los pasos para su revisión y resolución (Juárez y Aguilar, 2018). Podemos concluir a través de estos dos ejemplos que se ha privilegiado el contenido más allá de las diferentes formas de aprender y concebir los problemas de la realidad.

El desafío que enfrenta el sistema educativo mexicano es complejo y multidimensional, debido a las alteraciones curriculares, las dificultades y resultados previos en la asignatura de las matemáticas, tanto para los estudiantes como para los docentes. Desde la perspectiva de este ensayo, los cambios pudieran representar un punto de partida para contribuir a la mejora de la situación. Por lo que este texto cobra relevancia como un ejercicio de reflexión crítica que aporte a la discusión de la enseñanza de dicha área en educación básica. Específicamente, lo que sucede en sexto grado de primaria. Al responder a la pregunta ¿cuáles son las implicaciones y desafíos que surgen de las modificaciones de la asignatura, metodología, contenidos y libros de texto introducidas en el marco del plan de estudios 2022 de la NEM en la enseñanza de las matemáticas en sexto grado de primaria?

De las matemáticas al campo de saberes y pensamiento científico

La eliminación de las matemáticas del currículo es una característica del Plan y Programas para la Educación 2022 (PPE-22) que puede generar preocupación y controversia. Según Kilpatrick (1994), esta disciplina ha mantenido un lugar permanente y preponderante en el currículo durante siglos. Dicho escenario puede resultar engañoso debido a que, si bien el nombre es eliminado, los contenidos siguen estando presentes. El PPE-22 plantea la enseñanza de las matemáticas en el campo de saberes y pensamiento científico, el cual incluye diferentes disciplinas entre los que podemos destacar ciencias naturales, artes y ciencias sociales. Este panorama involucra una serie de cuestionamientos ¿cuál es el lugar de las matemáticas dentro del campo de saberes y pensamiento científico? ¿podría contribuir esta situación a mejorar la percepción y resultados obtenidos previamente en el área de matemáticas?

En el PPE-22 se reduce la presencia de las matemáticas, lo cual se refleja en la utilidad que se le otorga como herramienta para enseñar contenidos de ciencias naturales y sociales. Es notorio la ausencia de un espacio en el currículo para dicha asignatura (Candela, 2023). Por el contrario, el plan de estudios anterior para la educación básica 2017 (PPE-17) contemplaba que el sitio curricular dedicado a las matemáticas tuviera la misma relevancia que lengua materna, al proponer que de cuarto a sexto se estudiara al menos una hora todos los días (SEP, 2017). En el plan de estudios 2011 se consolidó el pensamiento matemático como asignatura sin ninguna recomendación en los tiempos lectivos, pero si con un amplio desglose de los contenidos a estudiar a lo largo de cinco bloques.

Los currículos anteriores conformados por asignaturas propiciaron un aprendizaje separado de la realidad, al promover el aparente que las ciencias avanzan de manera segmentada (SEP, 2022). PPE-17, conocido también como Aprendizajes Clave Para La

Educación Básica, se plasmó la idea por vez primera de los campos formativos en este nivel, al describir el aprendizaje de manera multidireccional y relacionándolo con la preparación para la vida (Vizcarra, et al., 2016). De manera concreta en tres campos: lenguaje y comunicación, pensamiento matemático y exploración y comprensión del mundo natural y social (SEP, 2017).

Sin embargo, en la malla curricular de dicho plan se puede observar que el campo formativo pensamiento matemático solo incluye la asignatura de matemáticas. El campo de lenguaje y comunicación incluye lengua materna, segunda lengua y lengua extranjera. Por último, el campo de exploración y comprensión del mundo natural y social de cuarto a sexto de primaria es el que más asignaturas incluye, las cuales son: ciencias naturales, tecnología, historia, geografía y formación cívica y ética (SEP, 2017). Por tanto, aunque se declara no existe una correlación entre los contenidos y asignaturas. A partir de lo anterior, se puede inferir la segmentación mencionada, en la cual cada materia se ve por separado con sus propios tópicos y problemáticas.

Por lo contrario, en el PPE-22 la integración de las matemáticas con física, biología y química en el campo formativo llamado saberes y pensamiento científico, representa una oportunidad para demostrar su utilidad y relevancia en la resolución de problemas valiosos para la realidad de los estudiantes. Teóricamente, dicha integración podría contribuir a la interdisciplinariedad de los contenidos de matemáticas, ciencias naturales y ciencias sociales, al enfatizar su beneficio en cuanto al servicio que se brindan las unas a las otras (Valenzuela y García, 2022). Para Sotolongo y Delgado (2006) la interdisciplinariedad implica la subvención entre diversas disciplinas para tratar un mismo objeto de estudio. Este enfoque permite alcanzar un entendimiento completo y holístico, al destacar las limitaciones que representa abordarlo únicamente con la perspectiva de la disciplina de origen.

En el actual panorama de cambios, es posible identificar la intención del currículo en cuestión, porque agrupa las mencionadas áreas del conocimiento con el fin de que el aprendizaje refleje puntos de encuentro al seleccionar, estructurar y ejecutar proyectos de aprendizaje. Esto, permite que se puedan establecer conexiones integrales con situaciones de la realidad, y así abordar de manera efectiva y completa los desafíos y problemas que se presentan en el contexto del estudiantado (SEP, 2022).

Por consiguiente, posicionar a las matemáticas dentro del PPE-22 como una herramienta para la resolución de problemas integrales e interdisciplinarios por campos formativos, posee la posibilidad de representar un punto de partida para mejorar los resultados y percepciones sobre esta disciplina. Como menciona Fuenlabrada (1995) la manera en la que se ha venido enseñando esta asignatura se relaciona con el bajo nivel de aprendizaje y el rechazo hacia la misma. Para Rico (2007) las matemáticas han sostenido una tradición de más de 200 años organizándose de la misma manera, aritmética, álgebra, geometría entre otros, que, si bien reflejan el pensamiento matemático, no concuerda con el tratamiento de los fenómenos del mundo real.

Los enfoques y el aprendizaje basado en la indagación

En el campo de pensamientos y saberes científicos se describe como fundamento el desarrollo de una actitud científica, sustentada en la indagación, pensamiento e interpretación de los fenómenos y procesos naturales y sociales, al aprovechar el interés por conocer y explorar con la que el estudiantado llega a las escuelas (SEP, 2022). En este escenario la SEP sugiere utilizar para la enseñanza de este campo, por ende, de las matemáticas; la metodología Aprendizaje Basado en la Indagación (ABI), STEAM como enfoque, debido a que por la naturaleza de las disciplinas involucradas se demanda una orientación interdisciplinar y transdisciplinar (SEP, 2022,). Lo cual lleva a las interrogantes ¿es congruente esta metodología con la enseñanza de las matemáticas? ¿Cuáles son las limitaciones y alcances que esta metodología y enfoque plantean para la enseñanza del campo curricular en cuestión?

Como menciona Diaz (2022) el ABI promueve en el estudiantado una participación activa y el pensamiento crítico, debido a que, a diferencia de la enseñanza tradicional el alumnado busca alternativas de solución a conflictos y formulación de cuestionamientos mediante investigaciones científicas. También, para Sagástegui (2021) “El ABI es una propuesta metodológica que permite mejorar el aprendizaje de las ciencias naturales de los estudiantes de educación básica. La metodología se centra en movilizar en los estudiantes procesos cognitivos superiores”. Para Mora (2003) la enseñanza tradicional de los conocimientos matemáticos deriva de prácticas repetitivas y algorítmicas que no se practican en la vida cotidiana pasan al olvido después de las evaluaciones. Claramente la intensión de la sugerencia metodológica de la NEM es cambiar la forma en la cual se aprenden las matemáticas en la escuela primaria.

Si bien tanto el ABI como el aprendizaje de las matemáticas comparten la característica de proponer soluciones a problemáticas de manera sistematizada, uno por el método científico y el otro por una serie de razonamientos, utilizar las matemáticas de manera interdisciplinar y transdisciplinar resulta congruente en un contexto científico. Asimismo, la manera de trabajar es una recomendación, valdría la pena explorarla, ya que como menciona Block et al., (2007) existen diferencias notables entre la propuesta curricular y las adaptaciones e implementaciones por parte de las y los maestros y de cómo aprenden sus estudiantes.

Candela (2023) resalta la relevancia de atender los cambios educativos de manera reflexiva, cimentado en la realidad de las aulas, las necesidades de los docentes y aprender de experiencias anteriores para evitar el deterioro no deseado de la calidad educativa. Lo cual conlleva a una limitación latente en el PPE-22, la preparación de las y los docentes para desplegar los enfoques y metodologías necesarias para cumplir con los objetivos curriculares. Sobre esto, Ventura (2023) concluye en su investigación que existe un escenario en el cual prevalece la inseguridad y que genera tensiones, ya que solo se verá solventado cuando exista un dominio pedagógico.

También es de destacar las limitaciones importantes relacionadas a la metodología, enfoque y al trabajo pedagógico del especialista David Block (2022) sobre la necesidad de estudiar las matemáticas:

- Exclusión de los procedimientos pedagógicos: se utilizan las matemáticas, pero ¿en qué espacio curricular se adquieren los conocimientos?
- Enfoque utilitario de las matemáticas.
- La conexión con las ciencias no resulta óptima en las primeras etapas del aprendizaje matemático.

El autor pone en evidencia que el acercamiento a las matemáticas en los primeros años es complicado desde la perspectiva de los fenómenos naturales y que abordarlo desde la transdisciplinariedad de la metodología STEAM complicaría la adquisición de conocimientos propios de las matemáticas, ya que se relegan a la función de hacer las “cuentas”.

La formación continua de los y las docentes con relación a las metodologías propuestas por la NEM juega un papel fundamental para el logro de los objetivos curriculares. También, el dominio que estos mismos alcancen con relación a los contenidos y didáctica de las matemáticas. Al mismo tiempo que la autonomía docente se encamine a la toma de decisiones que favorezcan el aprendizaje y participación activa del estudiantado.

Los contenidos y los libros de texto

Como se mencionó previamente uno de los temas más controversiales relacionados con los cambios curriculares en México, era la inexistencia de las matemáticas. Sin embargo, aunque no este declarado en una asignatura exclusiva, si se cuentan con contenidos matemáticos. Estos, se ubican en el campo formativo saberes y pensamiento científico. En este apartado trataremos el qué se va a enseñar, es decir, cuáles son los contenidos que están señalados en el currículo en cuestión. También se analizará el papel de los libros de texto en el proceso de enseñanza aprendizaje y cómo se refleja el enfoque y metodología mencionada en la consolidación para el desarrollo de las matemáticas en sexto grado de primaria.

En cuanto a los cuatro campos formativos que componen el PPE-22, en específico de la fase cinco de educación básica que involucra a quinto y sexto grado de primaria están expresados en una tabla de tres entradas. En el primer apartado se plantean los contenidos; en el segundo el proceso de desarrollo del aprendizaje (PDA) de cada contenido de quinto grado y en la última columna se describen los PDA de sexto grado. En el apartado dedicado a los contenidos del campo saberes y pensamiento científico se divide en dos tipos: los contenidos científicos y los contenidos matemáticos, esto sucede exclusivamente en este campo. Por tanto, es importante destacar que el actual currículo no deja de lado las matemáticas.

Asimismo, si nos tomamos como referencia el currículo de educación básica del 2017, el cual presenta los contenidos de sexto grado en una tabla en la que se exhiben los ejes, los temas y los aprendizajes esperados (SEP. 2017). Queda en manifiesto que el PPE-22 tiene un total de once contenidos, y el del 2017 declara diez temas, como se puede observar en la tabla 1 el currículo de la NEM está constituido por un mayor número de contenidos matemáticos.

Tabla 1*Comparativa de contenidos de sexto grado del PPE-22 y el PPE-17*

PPE-22	PPE-17
Estudio de los números	Número
Suma y resta	Adición y sustracción
Multiplicación y división	Multiplicación y división
Proporcionalidad	Proporcionalidad
Cuerpos geométricos y sus características	Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes
Figuras geométricas y sus características	Figuras y cuerpos geométricos
Ubicación espacial	Ubicación espacial
Medición de la longitud, masa y capacidad	Magnitudes y medidas
Perímetro, área y noción de volumen	Estadística
Organización e interpretación de datos	Probabilidad
Nociones de probabilidad	

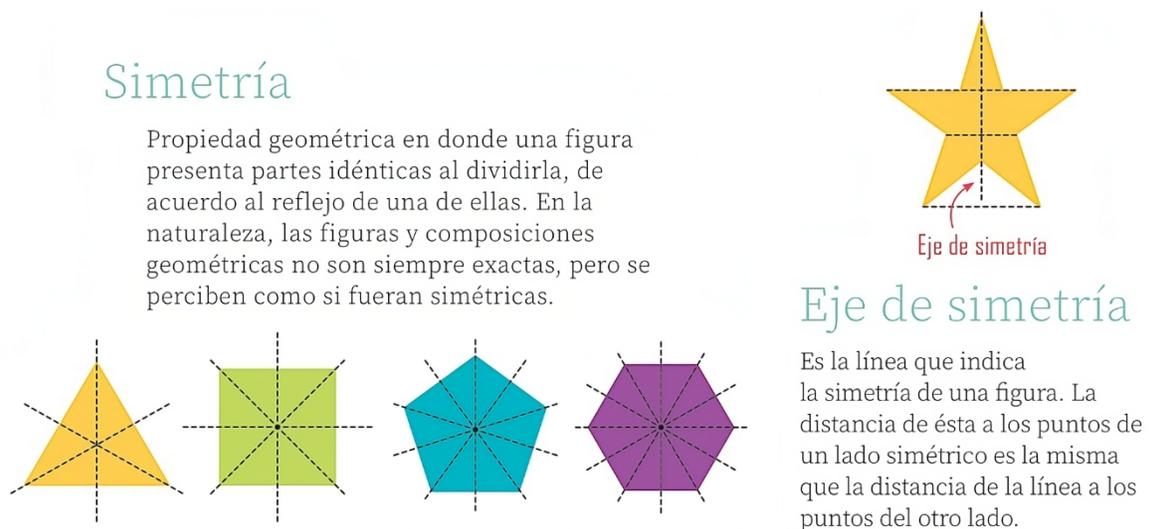
Nota. Tomado de SEP (2017, 2022).

Para Block (2022) los contenidos que se estudian en el currículo de la NEM están desequilibrados debido a que algunos, como la adición se repiten con frecuencia, y por el contrario otros como los relacionados a la geometría son casi nulos. Esta situación orienta la mirada hacia los libros de texto gratuitos (LTG). Los cuales, han levantado una amplia variedad de opiniones y comentarios, tanto positivos como negativos. Según un estudio realizado por Ventura (2023) los LTG de la NEM son el principal referente curricular para los docentes y directivos, también son vitales insumos para que dichos actores educativos lleven a cabo su práctica profesional. Bajo esta premisa es pertinente revisar cómo se reflejan los contenidos en estos recursos tan notables.

Los LTG en sexto grado son ocho, incluyendo un libro guía muy interesante llamado “Un libro sin recetas para la maestra y el maestro”. Los libros para los estudiantes consisten en: tres de proyectos -comunitarios, escolares y del aula- dos de nuestros saberes y uno de múltiples lenguajes. Los contenidos explícitos de matemáticas los podemos encontrar en el libro titulado nuestros saberes. En él podemos encontrar información de manera enciclopédica sobre temas de lenguajes, ciencias naturales, ciencias sociales, salud y matemáticas. En dicho libro se enlistan treinta y un temas relacionados con esta última disciplina, en pequeños fragmentos de información acompañados por imágenes, como se muestra en la figura 1 (SEP, 2023).

Figura 1

Ejemplo de presentación de contenidos en el libro nuestros saberes



Nota. Tomado del libro de texto nuestros saberes de sexto grado, SEP. 2022.

Los contenidos implícitos se encuentran en los libros de proyectos. A diferencia de los anteriores, estos no los podemos hallar expuestos en un índice o temario, se ubican en los procesos, actividades y estrategias con los cuales se desarrollan los proyectos. Por ejemplo, en el proyecto “una barrera de defensa contra las enfermedades” ubicado en la página 112 del libro de proyectos del aula (SEP, 2023) y que tiene como producto final la elaboración de un líquido antibacterial. Podemos encontrar en el proceso de elaboración del líquido que se le plantea al estudiantado la conversión de mililitros a litros, ya que se les pide como referencia de medición un biberón graduado en mililitros. Sin embargo, las cantidades mencionadas para la elaboración se encuentran en litros.

Figura 2

Práctica para la realización de un líquido antibacterial

Materiales (por integrante)	Procedimiento
<ul style="list-style-type: none">➤ 0.365 L de alcohol de 96° (se vende en las farmacias)➤ 0.110 L de aceite corporal (para bebé, de almendras o de coco)➤ 0.025 ml de agua oxigenada➤ Una botella de plástico de 600 ml limpia con tapa (puede ser de reúso)➤ Un biberón graduado (por comunidad)	<ol style="list-style-type: none">1. Con la mamila, midan el volumen solicitado de cada líquido y viértanlo en la botella de plástico limpia.2. Una vez vertidos los materiales, agiten con cuidado la botella y observen la mezcla que se forma.

Nota: Libro de texto proyectos del aula, sexto grado, 2023.

Resulta interesante cómo una práctica sencilla y que a la vez resultaría en una actividad retadora y atrayente para los y las niñas de sexto grado puede involucrar un enfoque distinto de las matemáticas. Si bien, tendría que existir una preparación previa, la autonomía del docente para planificar, adaptar e implementar estrategias que le permitan al alumnado ejecutar de manera consciente, reflexiva y crítica las operaciones aritméticas necesarias para hacer las conversiones requeridas y cumplir con la finalidad de un producto concreto y útil.

Para Mora (2003) cuando los maestros despliegan un nuevo contenido a través de situaciones problemáticas es cuando incorporan nuevos términos matemáticos, buscando generar nuevos conocimientos. Es claro que tanto el enfoque y los contenidos tienen la intención declarada de utilizar a las matemáticas como una herramienta para auxiliar a los estudiantes en momentos concretos y para finalidades prácticas. Sin duda, un cambio sustancial en la manera tradicional en la que se viene enseñando dicha disciplina. Como indica Candela (2023) las orientaciones del campo formativo saberes y pensamiento científico, considerándolo a la vanguardia de la didáctica de las ciencias, así como el lenguaje claro y accesible presente en los libros de texto. Al acercarse a los docentes y clarificar las intenciones del modelo curricular para estos importantes actores educativos. Sin lugar a duda existen diversas áreas de oportunidad en los LTG. Sin embargo, el actual currículo educativo de la SEP plantea cambios relevantes y positivos acerca de la enseñanza de las matemáticas y las ciencias. Otorgándole al docente la autonomía necesaria para abordar la diversidad de situaciones y problemáticas que sean del interés y cercanía para que sus estudiantes estén motivados a tomar una actitud activa en su aprendizaje.

CONCLUSIÓN

Los cambios curriculares en el área de las matemáticas en México son significativos, debido a las nuevas formas de concebir los procesos de enseñanza y de aprendizaje, su organización, principios, enfoques y libros de texto. Este panorama plantea diversos retos para los actores involucrados en las comunidades educativas, ya que se apuesta por una enseñanza basada en la cotidianidad y las problemáticas comunitarias, abordándolas desde la perspectiva de los escenarios áulico, escolar y de la comunidad. Desde el punto de vista de la presente reflexión, estas modificaciones resultan cuanto menos interesantes, al plantear puntos de reflexión, análisis y crítica que construyan una educación lo más cercana posible a los contextos y situaciones particulares del estudiantado.

Para el matemático Antonio J. Duran (2023) hay que hacer más hincapié en la parte creativa de las matemáticas, es decir dejar a un lado las prácticas tradicionales de enseñar y aprender mediante la memorización y la repetición para después resolver un problema (Aprendamos juntos 2030, 2023, m2s08). Esta concepción va de acuerdo con los planteamientos y principios de la NEM sobre utilizar a las matemáticas como una herramienta para el análisis, comprobación, validación y registro información sobre fenómenos sociales y naturales. Lo cual para dicho matemático representa un reto con un grado mayor de dificultad porque involucra utilizar la creatividad y no la memorización de fórmulas. Este escenario puede ayudar a mejorar la concepción negativa que se tiene sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas porque se le daría un uso práctico.

En relación con la posición que ocupan las matemáticas en el actual currículo, existe divergencia de opiniones entre varios autores respecto a cómo están formuladas. La ausencia de un espacio curricular exclusivo, en contraste con proyectos educativos previos, puede generar confusión en diversos sectores de la sociedad, como los padres y madres de familia. Este aspecto también suscita inquietudes entre especialistas e investigadores en la materia, quienes argumentan que la amplitud y especificidad de la disciplina requieren un enfoque que va más allá de considerarla simplemente como una herramienta.

No obstante, es coherente reconocer la utilización inter y transdisciplinaria de las matemáticas, integrándolas en el campo formativo de saberes y pensamiento científico, conforme a los principios y métodos delineados en el marco curricular de la Nueva Escuela Mexicana (NEM). Esta perspectiva se alinea con la noción de que las matemáticas pueden ser más efectivas cuando se incorporan de manera integral en la educación, acompañando a las ciencias. La inclusión de las matemáticas en este contexto refleja los cambios en enfoques y metodologías educativas propuestos por la NEM, destacando su interconexión con otras disciplinas en lugar de abordarlas de manera aislada.

La figura del maestro cobra relevancia a la luz de los cambios tan importantes que están sucediendo en educación básica. Ya que como menciona Mora (2003) la didáctica de las matemáticas está determinada por la visión y concepción que tengan los docentes sobre dicha disciplina. Como revela el estudio de Ventura (2023) sobre las percepciones de 40 docentes y 10 directivos respecto a la propuesta de la NEM: El 70% considera que es una propuesta adecuada, sin embargo, también lo destacan como un modelo precipitado, ellos resaltan que la principal implicación del proyecto educativo es la capacitación. Es vital que los docentes reciban una preparación que este a la altura de los cambios planteados, así como un seguimiento formativo que permita su profesionalización permanente. Esto plantea cuestionamientos sobre la formación continua, específicamente del campo saberes y pensamiento científico y en las matemáticas. Este análisis subraya la necesidad de considerar no solo las estrategias pedagógicas y de formación docente, sino también los aspectos contextuales que influyen en la efectividad de la implementación de nuevos enfoques curriculares.

Asimismo, Oviedo y Lizárraga (2022) concluyen que en un contexto como el mexicano en el cual los resultados son desalentadores en un área trascendental como matemáticas. La formación continua se promueve como la mejor herramienta para la mejora de la labor docente y a su vez de los aprendizajes del alumnado. Referente a la NEM Ventura (2023) subraya la importancia de considerar no solo la capacitación, sino también la creación de un ambiente propicio para el cambio. La incertidumbre y las tensiones identificadas sugieren que el éxito de las reformas curriculares va más allá de la preparación técnica; también requiere un respaldo institucional sólido y una gestión estratégica para mitigar desafíos y resistencias. En este contexto, se evidencia la necesidad de un enfoque holístico que combine tanto la formación continua de los docentes como una implementación cuidadosamente planificada de adecuaciones y ajustes curriculares. Esto, en conjunto, podría cimentar el camino hacia un currículo más flexible y contextualizado a las demandas cambiantes de la sociedad y el aprendizaje contemporáneo.

REFERENCIAS

- Azteca Noticias. (2 de agosto de 2023). *¡No más matemáticas!: SEP elimina contenido matemático de los libros de primer grado de primaria*. [Archivo de Video]. YouTube. <https://www.youtube.com/shorts/OqdyJBAkNTc?feature=share>
- Aprendamos juntos 2030 (16 de octubre del 2023). *El secreto de enseñar matemáticas. Antonio J. Durán, matemático*. [Archivo de Video]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=qPIy2jtW0DE>
- Block-Sevilla, D. (2022, 18 de mayo). Las matemáticas en el plan de estudios 2022: una voz de alerta. *Blog Distancia por Tiempos-Revista Nexos*, en: <https://educacion.nexos.com.mx/las-matematicas-en-el-plan-de-estudios-2022-una-voz-de-alerta/>
- Block, D., Moscoso, A., Ramírez, M., y Solares, D. (2007). La apropiación de innovaciones para la enseñanza de las matemáticas por maestros de educación primaria. *Revista mexicana de investigación educativa*, 12(33). Pp. 731-762.
- Candela, A. (2023). Saberes y pensamiento científico en el plan de estudio 2022. Del marco curricular al plan de estudio 2022: Voces, controversias y debates. *Perfiles educativos*, 45(180), 16-25. <https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2023.180.61292>
- Díaz-Linares, G. (2023). Aprendizaje basado en indagación (ABI): una estrategia para mejorar la enseñanza-aprendizaje de la química. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(1), 27-41. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i1.4378
- Fuenlabrada, I. (1995). Actualización en la enseñanza de las matemáticas. *Sinéctica*, (7).
- INEE. (2018). *Panorama Educativo en México 2017*. México: INEE.
- Juárez, M., Aguilar, M. (2018). El método Singapur, propuesta para mejorar el aprendizaje de las matemáticas en primaria. *Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 98, 75-86.
- Kilpatrick, J. (1994). Historia de la investigación en educación matemática. En: Kilpatrick, J., Rico, L. y Sierra, M. *Educación matemática e investigación* (pp. 15-96). Síntesis.
- Latinus_us. (2 de agosto de 2023). *El gobierno realizó libros de texto sin matemáticas y con faltas de ortografía*. [Archivo de Video]. YouTube. <https://www.youtube.com/shorts/5vwhDMnLVak?feature=share>
- Mora, C. D. (2003). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Pedagogía*, 24(70), 181-272.
- OCDE (2022). PISA 2022 Country Notes, México.

- Orozco-Fuentes, B. (2023). Marco curricular de la educación básica mexicana 2022: Del marco curricular al plan de estudio 2022: Voces, controversias y debates. *Perfiles educativos*, 45(180), 60-69. <https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2023.180.61292>
- Oviedo-Mandujano, A. F. y Lizárraga-Juárez, A. (2022). Revisión de la literatura sobre evaluación de la formación continua de docentes en Matemáticas. *Educación matemática*, 34(1), 131-156. <https://doi.org/10.24844/em3401.05>
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. PNA. *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 1(2), 47-66.
- Sagástegui-Bazán L. G. (2021). La metodología indagación y el aprendizaje de las Ciencias Naturales. Polo del Conocimiento: *Revista científico-profesional*, 6(12), 63. <https://doi.org/10.23857/pc.v6i12.3406>
- Secretaría de Educación Pública (2017). *Aprendizajes Clave para la Educación Integral, Plan y programas de Estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación*. SEP.
- Secretaría de Educación Pública (2022). *Avance del contenido para el libro del docente. Primer grado*. [Material en proceso de edición]. Págs. 64-82; 23 y 24. SEP.
- Secretaría de Educación Pública (2022). *Marco curricular y Plan de estudios 2022 de la Educación Básica Mexicana*. México: SEP.
- Secretaría de Educación Pública (2023). *Libro de texto nuestros saberes. Sexto grado*. SEP.
- Secretaría de Educación Pública (2023). *Libro de texto proyectos del aula. Sexto grado*. SEP.
- Secretaría de Educación Pública (2023). *Sugerencias metodológicas para el desarrollo de los proyectos educativos*. SEP.
- Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática A. C. (2022) *Pronunciamiento SOMIDEM, A.C. propuesta curricular 2022 de educación básica*. México.
- Sotolongo- Codina, P.L., Delgado-Díaz, C. J. (2006). La complejidad y el diálogo transdisciplinario de saberes. En A. Boron (Ed.), *La revolución contemporánea del saber y la complejidad social* (pp. 65-77). CLACSO.
- Valenzuela García, C., García González, M. (2022). Las matemáticas en el Plan y Programas de Estudio 2022 para la educación básica en México: ideas emergentes en un conversatorio. *Educación matemática*, 34(1), 335-340.

- Ventura Álvarez F. (2023). Las implicaciones de la nueva escuela mexicana en el proceso pedagógico. *Revista Boletín Redipe*, 12(8), 161-174.
<https://doi.org/10.36260/rbr.v12i8.1996>
- Vizcarra-Brito, J., Tirado-Urrea, M. L., y Trimiño-Quiala B. (2016). La especialización docente por campos formativos en la educación básica mexicana. Una necesidad para concretar el modelo curricular. *Revista Ra Ximhai*, 12(6), 177-185.